

# Matemática financiera



---

España - México - Colombia - Chile - Ecuador - Perú - Bolivia - Uruguay - Guatemala - Costa Rica



## Matemática financiera

Autor: Lic. Miky Gerónimo Ortiz Ramírez

© Derechos de autor registrados:

[Empresa Editora Macro EIRL](#)

© Derechos de edición, arte gráfico y diagramación reservados:

[Empresa Editora Macro EIRL](#)

Coordinadora de edición:

Cynthia Arestegui Baca

Diseño de portada:

Alejandro Marcas León

Corrección de estilo:

Jorge Giraldo Sánchez

Diagramación:

Paul Escobar Tantaleán

Edición a cargo de:

© [Empresa Editora Macro EIRL](#)

Av. Paseo de la República N.° 5613, Miraflores, Lima, Perú

☎ Teléfono: (511) 748 0560

✉ E-mail: [proyecto@editorialmacro.com](mailto:proyecto@editorialmacro.com)

🌐 Página web: [www.editorialmacro.com](http://www.editorialmacro.com)

Primera edición: octubre de 2014

Tiraje: 1000 ejemplares

## Impresión

Talleres gráficos de la Empresa Editora Macro EIRL

Jr. San Agustín N.° 612-624, Surquillo, Lima, Perú

ISBN N.° 978-612-304-239-4

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.° 2014-15569

Prohibida la reproducción parcial o total, por cualquier medio o método, de este libro sin previa autorización de la Empresa Editora Macro EIRL.

## **MIKY G. ORTÍZ RAMÍREZ**

Catedrático nacido en Piura, con quince años de experiencia en universidades e instituciones de nivel superior con carácter pedagógico. Ha realizado capacitaciones a profesionales y trabajado con estudiantes de la EBR, en las áreas de ciencias formales y tecnológicas.

Licenciado en Investigación de Operaciones por la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, en la cual fue catedrático; licenciado en Educación en las especialidades de Matemática e Informática por la Facultad Pontificia y Civil de Lima; egresado de la maestría con mención en Gestión Educacional por la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

Dada la necesidad de un manejo organizado, didáctico y actualizado de las matemáticas financieras, el autor ha sistematizado, conceptualizado y objetivado los recursos financieros con un único fin: la educación.

## AGRADECIMIENTOS

*A mis padres, por mi vida maravillosa; a mis hermanos, por su cariño y respeto; a mis hijos, por ser la razón de mi emprendimiento, y al amor inconmensurable de mi esposa.*

*A mis amigos, por abrir caminos de alternativas en mi vida profesional, por su estima y fe en mis proyectos.*

## DEDICATORIA

*A mi familia*

# ÍNDICE

<b>Introducción.....</b>	<b>9</b>
<b>GENERALIDADES .....</b>	<b>11</b>
A. Unidades de tiempo.....	11
B. Ecuaciones.....	15
C. Regla de tres.....	19
D. Porcentaje.....	25
E. Progresiones.....	29
<b>CAPÍTULO 1. EL INTERÉS Y SUS TASAS.....</b>	<b>35</b>
1.1 Interés simple.....	35
1.1.1 Conceptos.....	35
1.1.2 Homogenización.....	37
1.1.3 En función del interés simple.....	43
1.1.4 En función del valor futuro.....	57
1.1.5 Ecuación de valor.....	73
1.1.6 Cambios de tasa de interés en el periodo.....	78
1.2 Interés compuesto.....	85
1.2.1 Conceptos.....	85
1.2.2 Homogenización – Cuadro de conversión de tasas.....	87
1.2.3 En función del valor futuro.....	93
1.2.4 El interés compuesto con valor actual conocido.....	112
1.2.5 El interés compuesto con valor futuro conocido.....	119
1.2.6 Ecuación de valor.....	126
1.2.7 Cambio de tasas.....	131
1.3 Descuento.....	138
1.3.1 Simple.....	138
1.3.2 Compuesto.....	138

1.4 Tasas de interés.....	154
1.4.1 Tasa de inflación.....	154
1.4.2 Tasa de devaluación.....	163
1.4.3 Tasa de rendimiento efectiva anual (TREA).....	167
1.4.4 Tasa del costo efectivo anual (TCEA).....	170
<b>CAPÍTULO 2. ANUALIDADES Y SU TABULACIÓN.....</b>	<b>175</b>
2.1 Rentas y anualidades.....	175
2.1.1 Factores básicos.....	175
2.1.2 Factores especiales.....	186
2.1.3 Rentas perpetuas.....	237
2.1.4 Anualidades variadas.....	248
2.2 Cronogramas de pago.....	263
2.2.1 Modelo de cuotas fijas o francés.....	264
2.2.2 Modelo de las amortizaciones iguales.....	267
2.2.3 Cronograma con periodo de gracia total.....	269
2.2.4 Cronograma con periodo de gracia parcial.....	270
2.2.5 Cronograma con cuota doble.....	271
2.2.6 Cronograma con cuota comodín.....	273
2.2.7 Problemas de anualidades variadas.....	276
2.3 Depreciación.....	281
2.3.1 Modelo lineal.....	281
2.3.2 Modelo de suma de dígitos.....	282

# ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 3. EVALUACIÓN DE PROYECTOS .....</b>	<b>285</b>
3.1 Instrumentos de evaluación de proyectos .....	285
3.1.1 Valor actual neto .....	285
3.1.2 Tasa interna de retorno .....	288
3.1.3 Relación beneficio – costo .....	290
3.1.4 Periodo de recuperación del capital.....	292





# INTRODUCCIÓN

El ingreso a un mundo de aprendizaje constante y rico en experiencias, basado principalmente en la práctica, que busca siempre el bienestar académico y la formación integral del estudiante (en la medida que la competencia lo requiera), es lo que el autor obtuvo cuando se le presentó la oportunidad de enseñar en las aulas.

Es imperioso facilitar las herramientas para este aprendizaje, de modo que llegue a más estudiantes de una manera didáctica, en el afán de mejorar continuamente el quehacer profesional; con técnicas, estrategias y métodos para abordar este tema de vital importancia, no solo para las áreas de economía, contabilidad o administración, sino también para cualquier persona que se encuentre inmersa en el ámbito financiero.

Debido a esto, la Editorial Macro presenta el libro *Matemática financiera*, estructurado en tres capítulos con características consecuentes y un capítulo de generalidades, constituido por temas sencillos de aritmética y álgebra, necesarios para un aprendizaje básico de la materia, usando solamente ejercicios y algunos problemas para casos indispensables.

El primer capítulo explica el interés simple y el compuesto, partiendo de aplicaciones pragmáticas hacia la elaboración de esquemas y mapas mentales de fácil entendimiento, para el despeje de fórmulas, ejercicios y problemas, tanto resueltos como propuestos; primero, con características similares para afianzar la capacidad adquirida; y luego, con casos imaginativos y de corte real para estimular la investigación del estudiante. Finaliza este capítulo con el manejo de las tasas de inflación, devaluación, rendimiento y de costo efectivo.

El segundo capítulo está constituido por las anualidades y los cronogramas de pagos, con casos relacionados y alternativas múltiples de solución a problemas sencillos pero reales, para lograr el andamiaje gradual hacia los casos especiales, como los periodos de gracia, cuotas dobles, cuotas comodín, cuotas iniciales, finales y amortizaciones.

Finalmente, el tercer capítulo está dedicado a los instrumentos de evaluación de proyectos; entre los básicos se ha considerado al valor actual neto, la tasa interna de retorno, la relación beneficio – costo y el periodo de recuperación de capital.

El objetivo es consolidar un aprendizaje gradual, consecuente, firme y creativo, dejando lugar a la imaginación del estudiante en la formulación de sus casos; esto en un afán de mejorar, sin temor a caer fuera de la ética profesional y haciendo uso de estrategias de teorías de la educación moderna y contemporánea, que con adecuado fundamento empírico y científico se ha plasmado en cada una de las páginas.



# GENERALIDADES

Se sabe que los temas relacionados a las matemáticas, cualquiera sea el nivel que se estudie, requieren un profundo conocimiento de las matemáticas básicas, que pueden referirse a la clasificación de números naturales, enteros, racionales y reales (los números complejos no se consideran, debido al carácter práctico, sencillo y didáctico del presente libro); operaciones básicas, numeración, proporciones, expresiones algebraicas, etc.

Estas materias son la base necesaria para el conocimiento de las matemáticas, y su estudio debería afianzarse, ya que el error en las soluciones a los grandes problemas se debe a pequeños detalles sin considerar o manejados de manera deficiente.

El estudio de la matemática financiera requiere el uso indispensable y constante de algunas materias y técnicas de las matemáticas básicas, sobre todo del álgebra y la aritmética.

Entre las principales se toman en cuenta las siguientes:

- Ecuaciones
- Unidades de tiempo
- Regla de tres
- Porcentaje
- Progresiones

Estas materias, a diferencia de las iniciales y básicas, se usarán en todos los temas concernientes a las finanzas, y sus técnicas serán de gran ayuda para la solución de problemas interesantes.

## A. Unidades de tiempo

Las unidades de tiempo son:

- Segundo
- Minuto
- Hora
- Día
- Semana
- Mes
- Bimestre
- Trimestre
- Cuatrimestre
- Semestre
- Año
- Quinquenio

Las aplicaciones que se pueden generar alrededor de ellas son múltiples y muy interesantes. Sin embargo, aquí es necesario considerar la unidad mínima de interés, que es el día, a efectos de alcanzar la especialización en las aplicaciones referentes y precisas.

Entonces, las conversiones se harán en base a esa unidad mínima, con una medida comercial.

Unidades	Días
Semana	7
Mes	30
Bimestre	60
Trimestre	90
Cuatrimestre	120
Semestre	180
Año	360

Se puede realizar lo mismo respecto a las unidades más usadas.

Unidades	Meses
Bimestre	2
Trimestre	3
Cuatrimestre	4
Semestre	6
Año	12

Un quinquenio dura cinco años.

### a. Ejercicios

- Convertir 8 cuatrimestres en trimestres.

#### Solución

Lógica: 8 cuatrimestres multiplicados por 4 para obtener meses; esta cantidad se divide entre 3 para obtener trimestres.

Técnica: 8 cuatrimestres (4 meses, “lo que tiene”) y trimestres (3 meses, “lo que viene”). El eslogan dice: “arriba lo que tiene, abajo lo que viene”

$$8 \text{ cuatrimestres} \Rightarrow 8 \times \frac{4}{3} = 10,6667 \text{ trimestres}$$

- Se desea convertir 13,3037 años a expresiones enteras en años, meses y días.

#### Solución

$$13,3037 = 13 \text{ años y } 0,3037 \times 12$$

$$3,6444 = 3 \text{ meses y } 0,6444 \times 30$$

$$19,332 = 20 \text{ días}$$

Rpta: 13 años 3 meses y 20 días

- Expresar en bimestres el tiempo transcurrido desde el 12/03/2014 al 07/10/2014.

#### Solución

Primero realizar el cálculo de los días transcurridos entre las siguientes fechas:

Marzo	= 19 días que faltan
Abril	= 30
Mayo	= 31
Junio	= 30
Julio	= 31
Agosto	= 31
Setiembre	= 30
Octubre	= 7
<hr/>	
Total	= 209 días

Luego, un bimestre tiene 60 días, entonces  $\frac{209}{60} = 3,4533$  bimestres.

### b. Ejercicios propuestos

Expresar en la unidad de medida la diferencia de las fechas.

Fecha inicio	Fecha cierre	Unidad de tiempo
20/02/2014	02/09/2014	bimestres
30/03/2014	10/09/2014	semestres
17/03/2014	14/08/2014	meses
16/03/2014	09/08/2014	años
02/01/2014	09/12/2014	bimestres
07/03/2014	04/10/2014	cuatrimestres
22/02/2014	01/09/2014	semestres
26/01/2014	26/12/2014	trimestres
05/01/2014	03/11/2014	trimestres
06/03/2014	25/09/2014	cuatrimestres

Convertir de las unidades de tiempo a las deseadas.

De	A
8 bimestres	años
11 bimestres	cuatrimestres
16 cuatrimestres	trimestres
11 bimestres	días
23 semestres	meses
24 bimestres	bimestres
5 cuatrimestres	años
18 bimestres	quincenas
19 cuatrimestres	semestres

Se necesita enunciar en expresiones enteras de años, meses y días, a:

16,5504 bimestres
17,6028 cuatrimestres
12,6841 bimestres
13,4863 semestres
18,6011 meses
15,207 cuatrimestres
14,0368 semestres
15,3672 bimestres
18,9695 años
11.0746 bimestres

## B. Ecuaciones

Las ecuaciones tienen diferentes matices y clasificaciones, en cuanto al grado, número de ecuaciones, variables, formas de expresión, etc. Usted debe interesarse en dos de ellas: las ecuaciones de primer grado con una variable, y con dos variables.

- Ecuación de primer grado con una variable

La forma general de una ecuación de primer grado con una variable, tiene la siguiente forma:

$$Ax + B = 0$$

Resolver esta ecuación se refiere a despejar X, y así encontrar el valor de esta variable. Este proceso se reduce a dos axiomas del álgebra.

Inverso aditivo:

$$\begin{aligned}Ax + B - B &= 0 - B \\Ax &= -B\end{aligned}$$

Inverso multiplicativo:

$$\begin{aligned}\frac{1}{A} \times Ax &= -B \times \frac{1}{A} \\x &= \frac{-B}{A}\end{aligned}$$

Al respecto, se han tejido algunas técnicas como la transposición, que dice: “lo que está sumando pasa a restar, y viceversa”; o también: “lo que está multiplicando pasa a dividir, y viceversa”. Esto realmente funciona, ya que al final es una técnica. Solo es necesario tener en cuenta las condiciones y, sobre todo, los signos.

Por otro lado, conocer las leyes de los signos de adición y multiplicación, el manejo de los paréntesis, las fracciones, etc., serán indispensables en el proceso.

Por último, aunque no menos importante, es recordar que toda ecuación que parte de una igualdad tiene dos miembros: el primer miembro, que se encuentra a la izquierda de la igualdad; y el segundo, que se encuentra a la derecha. En una ecuación con una numerosa cantidad de expresiones algebraicas, es necesario reducir los términos semejantes en cada miembro por separado, para luego utilizar los principios para despejar X.

## a. Ejercicios resueltos

1. Resolver

$$2x + 7 = 13$$

Solución

$$2x + 7 - 7 = 13 - 7 \quad \text{Inverso aditivo}$$

$$2x = 6$$

$$2x \left( \frac{1}{2} \right) = 6 \left( \frac{1}{2} \right) \quad \text{Inverso multiplicativo}$$

$$x = 3$$

2. Resolver

$$4x + 5 - 7x + 9 - x = 13 - 4x + 7 + 8x + 7x$$

Solución

$$4x + 5 - 7x + 9 - x = 13 - 4x + 7 + 8x + 7x \quad \text{Se reduce por miembros}$$

$$-4x + 14 = 11x + 21$$

$$-4x + 14 - 11x - 14 = 11x + 21 - 11x - 14 \quad \text{Inverso aditivo}$$

$$-15x \left( \frac{-1}{15} \right) = 7 \left( \frac{-1}{15} \right) \quad \text{Inverso multiplicativo}$$

$$x = \frac{-7}{15}$$



## 3. Resolver

$$2 - (x + 2)^2 = 15 - 3[x - (6x + 7)] - x^2$$

## Solución

$$2 - (x^2 + 4x + 4) = 15 - 3[x - 6x - 7] - x^2$$

Se reduce cada miembro por separado.

$$2 - x^2 - 4x - 4 = 15 - 3[-5x - 7] - x^2$$

$$-x^2 - 4x - 2 = 15 + 15x + 21 - x^2$$

$$-x^2 - 4x - 2 = -x^2 + 15x + 36$$

$$-x^2 - 4x - 2 + x^2 = -x^2 + 15x + 36 + x^2$$

$$-4x - 2 = 15x + 36$$

$$-4x - 2 - 15x + 2 = 15x + 36 - 15x + 2$$

Inverso aditivo

$$19x = 38$$

$$-19x \left( \frac{-1}{19} \right) = 38 \left( \frac{-1}{19} \right)$$

Inverso multiplicativo

$$x = -2$$

**b. Ejercicios propuestos**

1.  $x - \{5 + 3x - [5x - (6 + x)]\} = -3$
2.  $-\{7x + [-4x(-2 + 4x)] - (5x + 1)\} = 0$
3.  $9 - \{-[-(-6x + 5)]\} = -(x + 5)$
4.  $-\{4x - [-2x - (3x + 6)]\} = 4 - [-x + (2x - 1)]$
5.  $(x + 2)(x - 5) = (x - 1)(x - 6)$
6.  $(x - 8)(x + 1) = (x + 5)(x - 3)$
7.  $(x + 1)(6x - 2) = (2x + 4)(3x + 2)$
8.  $2(x - 2)(x + 3) - (2x + 4)(x - 2) = 0$
9.  $(6x + 10)(6x - 10) = 15 + (3x - 5)(12x + 5)$
10.  $(2x + 3)(2x - 3) + 7 = 4(x + 2)(x - 2) + 2x$
11.  $2 - (x + 2)^2 = 15 - 3[x - (6x + 7)] - x^2$
12.  $(x - 2)^2 - (3 - x)^2 = 1$
13.  $(4x + 3)^2 = 25(1 + x)^2 - (4 + 3x)^2$
14.  $\frac{1}{7}x + 2 - 3x + \frac{5}{3} = x - \frac{6}{7} + \frac{x}{3} + 10$
15.  $\frac{2(x+4)}{5} - \frac{3(x-1)}{4} = \frac{1-2x}{3} + 4$
16.  $3\{-5[-(-2 + 3x) + 7] + 9x\} = 0$
17.  $\frac{x-1}{x+3} + \frac{x-5}{x+4} = 2$

### C. Regla de tres

Encontrar un valor desconocido es una definición que se repite en la mayoría de autorías sobre aritmética; lo relevante de este tema es que se harán notar conceptos, como las magnitudes, unidades de medida y proporcionalidad.

- **Magnitudes:** Como todo lo medible y cuya cantidad determinará la clasificación en simple (2 magnitudes) o compuesta (3 a más magnitudes).
- **Unidades de medida:** Como el factor a homogenizar en cualquier situación, por ejemplo, si en las circunstancias que se refieren al tiempo, se consideran los minutos. Entonces, por lo menos todos los datos concernientes a esa magnitud deben encontrarse en minutos, y si ya se convino en horas, entonces todos los datos de esa magnitud (de todo el proceso si es posible) será en horas, así como en las demás medidas: peso, longitud, etc.
- **Proporcionalidad:** Tan simple como decidir si ambas crecen y decrecen al mismo tiempo o en orden inverso, lo que las clasificaría como directamente proporcional o inversamente proporcional.

### a. Directamente proporcional

Por un capital de 500 nuevos soles se ofrecen 80 nuevos soles de interés. ¿Cuánto se tendrá que invertir, en proporción, para obtener el doble de interés en el mismo tiempo?

#### Solución

Planteamiento:

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Objetivo}}$   
 La inversión a realizar.

Las magnitudes: capital – interés – tiempo

El diagrama en dos momentos:

Capital	Interés	Tiempo
500	80	t
X	160	t

En este caso, como la cantidad de una magnitud se repite en los dos momentos, se eliminan, quedando dos magnitudes y por ende una regla de tres simple.

#### Directamente proporcional

Porque en el mismo tiempo, a más capital se obtendrá más interés.

Capital	Interés
500	80
X	160

Haciendo uso de la técnica, se tendrá la multiplicación en aspa:

$$160 \times 500 = 80X$$

$$X = 1000$$

Interpretación: Se necesitará un capital de S/. 1000.

## b. Inversamente proporcional

Se invierte S/. 1000 en una empresa que reditúa el 25 % de interés en un año. ¿En cuánto tiempo se logrará la misma cantidad de interés, con la mitad de lo invertido?

### Solución

Planteamiento:

Objetivo  
 La inversión a realizar.

Las magnitudes: capital – interés – tiempo

El diagrama en dos momentos:

Capital	Interés	Tiempo (meses)
1000	250	12
500	250	X

Nuevamente, como la cantidad de una magnitud se repite en los dos momentos, se eliminan, quedándonos dos magnitudes y por ende una regla de tres simple.

Inversamente proporcional

Por el mismo interés: a menos capital se necesitará más tiempo.

Capital	Interés
500 →	80
X →	160

Haciendo uso de la técnica, se tendrá la multiplicación de frente:

$$1000 \times 12 = 500 \times X$$

$$X = 24 \text{ meses}$$

Interpretación: Se necesitará un tiempo de 2 años.

### c. Regla de tres compuesta

Una obra se contrata para ser terminada en 30 días, por 12 obreros que trabajan 8 h/d. Habían trabajado ya 4 días, cuando se acordó que la obra quedase terminada en 5 días antes del plazo estipulado, para lo cual se contrataron 6 obreros más. Diga si la jornada deberá aumentar o disminuir, y en cuánto.

#### Solución

Planteamiento:

Las magnitudes: #Días – #Obreros – Horas/día

El diagrama en dos momentos:

- Dejando los 4 días ya trabajados, sobran 26 días que trabajarán 12 obreros, cumpliendo 8 horas diarias.
- Como solicitan que se termine 5 días antes, entonces quedan solo 21 días; y como se aumentan 6 obreros, entonces ahora se tienen 18 obreros.

#Días	#Obreros	Horas/Día
26	12	8
21	18	X

Proceso: El proceso se puede realizar mediante algunas técnicas.

### d. Modelo de las líneas

Ordenar las magnitudes según causa – circunstancia – efecto.

Se trazan las líneas hasta culminar circunstancia y se cortamos; como no hay efecto, las líneas terminan solo horizontales.

Se realizan los productos siguiendo las líneas y generando la ecuación.

Causas	Circunstancias	
#Obreros	#Días	Horas/Día
— 12 —	— 26 —	— 8 —
— 18 —	— 21 —	— X —

$$18 \times 21 \times X = 12 \times 26 \times 8$$

$$X = 6,6$$

Interpretación: El jornal será de 6 horas y 37 minutos al día.

### e. Modelo de la proporcionalidad de dos magnitudes

Determinación de la relación proporcional entre las dos primeras magnitudes, y luego entre las dos siguientes. El producto de los positivos es igual al de los negativos.

#Días	#Obreros	Horas/Día
26	12	8
21	18	X

I.P.                      I.P.

$$21 \times 18 \times X = 26 \times 12 \times 8$$

$$X = 6,6$$

Interpretación: El jornal será de 6 horas y 37 minutos al día.

#### Modelo de la proporcionalidad a la magnitud variable

Se determina la magnitud variable: Horas / Día.

Relación proporcional de la magnitud variable con las demás.

El producto de los positivos es igual al de los negativos.

#Días	#Obreros	Horas/Día
26 -	12 -	8 -
21 +	18 +	X +

I.P.                      I.P.

$$21 \times 18 \times X = 26 \times 12 \times 8$$

$$X = 6,6$$

Interpretación: El jornal será de 6 horas y 37 minutos al día.

- Problemas propuestos

1. En un día de trabajo de 8 horas, un empleado de plataforma atiende a 20 clientes. ¿Cuánto tiempo tardará en atender a 35 clientes?
2. Diez especialistas han hecho la tercera parte de la planificación de un proyecto en 15 horas. En este momento, 5 de ellos abandonan el proyecto. ¿Cuántas horas tardarán en terminarlo los especialistas que quedan?
3. Un cliente del Banco AGP, al depositar S/. 6000 durante 7 meses, ha ganado S/.1300. ¿Cuál es el capital de un segundo socio que ganó S/. 5800, si lo colocó durante 7 meses?
4. Dos analistas de crédito emiten 80 créditos en una semana. ¿Cuántos analistas serán necesarios para emitir 500 problemas en 5 días?
5. Doce cajeros de una entidad financiera hacen 720 transacciones en 6 días. ¿Cuántas transacciones harán 3 cajeros en 2 días?
6. Se han pagado S/.144 000 a 24 empleados de envío de reportes, que han trabajado 8 días, durante 8 horas diarias. ¿Cuánto se abonará, en las mismas condiciones, a 15 empleados que deben trabajar 12 días a razón de 9 horas por día?
7. Si 120 obreros pueden finalizar un trabajo de estudio de mercado en 46 días, trabajando 7 horas diarias, ¿cuántos días emplearán si se aumenta en un 75 % el número de obreros, y estos trabajan 8 horas diarias?
8. En 12 días, 8 obreros han hecho las  $\frac{2}{3}$  partes de una obra. Se retiran 6 obreros. ¿Cuántos días demorarán los obreros restantes para terminar la obra?
9. Un salón de clases conformado por 40 alumnos ha decidido realizar un proyecto de investigación en campo, y han llevado provisiones para 7 días. ¿Para cuántos días habrá comida si se incorporan al campamento 30 alumnos más?
10. Un padre decide dejar una herencia a sus hijos, de tal forma que a cada uno le corresponda una cantidad proporcional a su edad. Al mayor que tiene 20 años, le da S/. 50 000. ¿Cuánto le dará a sus otros dos hijos de 18 y 12 años de edad? ¿A cuánto asciende el monto total de la herencia?



## D. Porcentaje

El porcentaje es el tanto por ciento de una cantidad o entidad determinada X, lo que se puede expresar de la siguiente manera:

$$3\%X = \frac{3}{100}X = 0,03X$$

### Ejemplos

Determine:

5 % de 6 700

$$\Rightarrow 5 \%(6\,700) = 335$$

7 % de 98 500

$$\Rightarrow 7 \%(98\,500) = 6\,895$$

El valor del cual el 9 % es 5 700

$$\Rightarrow 9 \%(X) = 5\,700$$

$$\Rightarrow X = \frac{5\,700}{9\%} = 63\,333,33$$

Los aumentos y descuentos de forma consecuyente se realizarán con respecto al 100 %.

- Se aumenta un 4 % a un sueldo de 5 000  
 $\Rightarrow 104 \%(5\,000) = 5\,200.$
- Se descuenta un 10 % a un sueldo de 3 000  
 $\Rightarrow 90 \%(5\,000) = 4\,500.$
- Al sueldo de un empleado de S/. 3 500 se le realiza un aumento del 10 % y un descuento del 20 %, sobre el total aumentado.  
 $\Rightarrow 90 \%(120 \%(3\,500)) = 3\,780.$

Mientras que los aumentos o descuentos sucesivos se realizarán de la siguiente manera:

- Se realizan tres aumentos sucesivos del 5 %, 6 % y 7 %, a 6 400  
 $\Rightarrow 105 \% \{106 \% [107 \% (6\,400)]\} = 7\,621,82.$
- Que resta luego de tres descuentos sucesivos, 2 %, 9 % y 3 % a 9 600  
 $\Rightarrow 98 \% \{91 \% [97 \% (6\,400)]\} = 5\,536,29.$

## Ejercicios resueltos

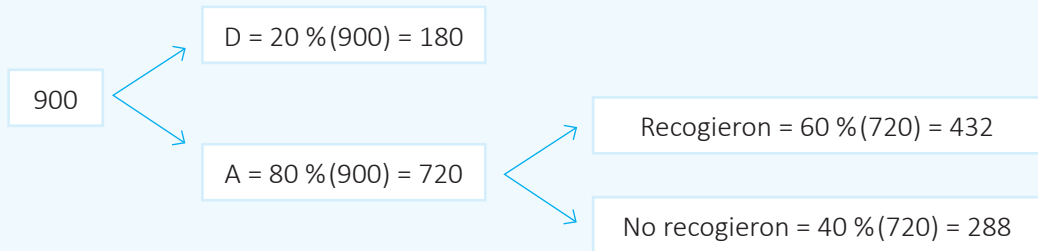
1. Un promotor tiene 900 clientes a la espera de una emisión de créditos, de los cuales el 20 % salió desaprobado por no reunir los requerimientos mínimos, y solo se acercaron a recoger el efectivo, el 60 % de los créditos aprobados. ¿Cuántos quedaron sin recoger? ¿Qué porcentaje representan del total de clientes los que no se emitieron?

### Solución

Planteamiento:

Objetivo  
 ┌───────────┐  
 Cantidad sin recoger.

Proceso:



Interpretación: 288 clientes quedaron sin recoger.

2. De un grupo de 4800 clientes de un banco, el 12 % son profesionales, el 15 % son amas de casa y el resto son trabajadores independientes. Determinar el número de cada categoría.

### Solución

Planteamiento:

Objetivo  
 ┌───────────┐  
 Cantidad sin recoger.

Proceso:

<b>Total</b>	<b>4 800</b>
Profesionales = 12 % (4800)	576
Amas de casa = 15 % (4800)	720
Independientes = 73 % (4800)	3504

Interpretación: Son las cantidades por cada especialidad.

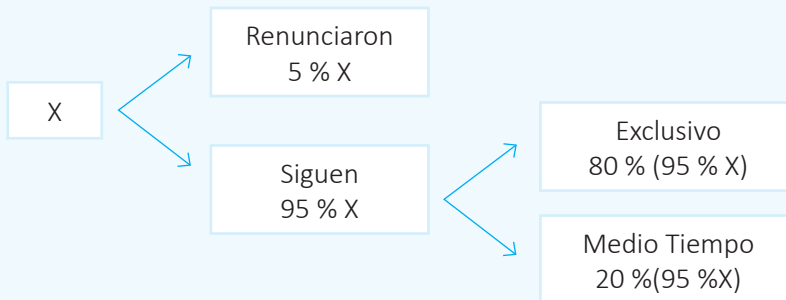
3. Después de un año de trabajo en una empresa, un gerente observó que el 5 % de sus empleados había renunciado, y el 20 % de los que quedaron tenían trabajos a medio tiempo en otros lugares; además, resultaron 1216 empleados a tiempo completo exclusivo. ¿Cuántos empleados habían en total a inicios del año?

### Solución

Planteamiento:

Objetivo  
Cantidad sin recoger.

Proceso:



$$80 \% (95 \% X) = 1216$$

$$X = \frac{1216}{80 \% \times 95 \%} = 1600$$

Interpretación: Los empleados al inicio del año fueron 1600.

- Problemas propuestos

1. En una de las galerías de Gamarra se ofrecen descuentos sucesivos del 20 % y 30 % en la sección de ropa. ¿Cuál sería el descuento único?
2. El precio de una computadora es S/. 5700 y se ganó el 17 % del costo, más el 15 % del valor de venta. ¿Cuánto costó la computadora?
3. En una fiesta se observa que el 20 % de los asistentes son hombres, y de las mujeres, el 75 % están casadas. Si hay 8 mujeres solteras. ¿Cuántos hombres habían en la fiesta?
4. De 60 empleados que hay en una empresa, el 40 % son mujeres. Cierta día faltó a trabajar el 50 % de las mujeres y el 25 % de los varones. ¿Cuántos asistieron a trabajar?
5. Una persona se retira del casino con S/.1800 después de ganar el 20 % y perder el 50 % de lo que le quedaba. ¿Con cuánto fue al casino?
6. Un comerciante compra un artículo en S/. 11,90 estableciendo el precio de venta en S/. 31.20. Expresar el margen de utilidad con respecto al valor de venta en términos porcentuales.
7. Una empresa gráfica tiene un costo de S/. 15 por la edición de un diccionario que lanzará próximamente. El margen de utilidad es 15%. Hallar el precio del libro.
8. Una empresa de insumos para computadoras tiene un costo total de S/. 35 000 y produce 500 artículos. Su margen de utilidad es 70 % del valor de venta. Facturar 50 de estos insumos.
9. Se compra un perfume a un costo de S/. 225 cada unidad, y se vende a S/. 470. Hallar el margen de utilidad sobre el costo, valor de venta y precio de venta.
10. Un supermercado vende ensaladas a S/. 17,23 por kilo, aplicando un margen de utilidad del 11,40 % del costo. Halle el costo del kilogramo de ensalada.

## E. Progresiones

Es una sucesión o serie de números o de términos algebraicos cuyos elementos están en relación y proporción constante.

### a. Progresiones aritméticas

Son aquellas en las que cada término es igual al anterior, más una cantidad constante. Las fórmulas necesarias para la solución son:

The diagram shows a central box with the formula  $a_n = a_1 + (n-1)r$ . Three arrows point from this box to three separate boxes on the right, each containing a derived formula:

- Top box:  $a_1 = a_n - (n-1)r$
- Middle box:  $r = \frac{a_n - a_1}{n-1}$
- Bottom box:  $n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$

### Ejercicios resueltos

1. En una progresión aritmética, el primer término es 7 y la razón es 3. ¿Cuál es el término 24 de la progresión?

#### Solución

Planeamiento:

$$a_1 = 7; r = 3; n = 24; a_{24} = ?$$

Proceso:

Reemplazando en la fórmula:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

$$a_{24} = 7 + (24-1)3$$

$$a_{24} = 76$$

Interpretación: El término 24 es 76.

2. El último de 35 términos de una progresión aritmética con razón 4, es 621. Determine el primer término.

### Solución

Planeamiento:

$$a_1 = ?; r = 4; n = 35; a_{35} = 621$$

Proceso:

Reemplazando en la fórmula:

$$a_1 = a_n - (n - 1)r$$

$$a_1 = 621 - (35 - 1)4$$

$$a_1 = 485$$

Interpretación: El primer término es 485.

3. ¿Cuál es la razón aritmética de una progresión que tiene por primer término al número 18 y término 44 al número 190?

### Solución

Planeamiento:

$$a_1 = 18; r = ?; n = 44; a_{44} = 190$$

Proceso:

Reemplazando en la fórmula:

$$r = \frac{a_n - a_1}{n - 1}; r = \frac{190 - 18}{44 - 1}; r = 4$$

Interpretación: La razón aritmética es 4.

4. El último término de una progresión aritmética de razón 3 es 792, y el primer término es 21. ¿Cuál es la cantidad de términos que tiene?

### Solución

Planeamiento:

$$a_1 = 21; r = 3; n = ?; a_{35} = 621$$

Proceso:

Reemplazando en la fórmula:

$$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1; n = \frac{792 - 21}{3} + 1; n = 58$$

Interpretación: El número de términos es 258.

## b. Progresiones geométricas

Son aquellas en las que cada término es igual al anterior, multiplicado por una cantidad constante. Las fórmulas necesarias para la solución son:

The diagram shows a central box with the formula  $a_n = a_1 r^{(n-1)}$ . Three arrows point from this box to three separate boxes on the right, each containing a derived formula:

- Top box:  $a_1 = \frac{a_n}{r^{(n-1)}}$
- Middle box:  $r = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$
- Bottom box:  $n = \frac{\text{Log}\left(\frac{a_n}{a_1}\right)}{\text{Log}(r)} + 1$

## Ejercicios resueltos

1. En una progresión geométrica, el primer término es 7 y la razón es 3. ¿Cuál es el término 9 de la progresión?

### Solución

Planeamiento:

$$a_1 = 7; r = 3; n = 9; a_9 = ?$$

Proceso: Reemplazando en la fórmula.

$$a_n = a_1 r^{(n-1)}; a_9 = 7 \times 3^{(9-1)}; a_9 = 45\,927$$

Interpretación: El término noveno es 45 927

2. El último de 11 términos de una progresión geométrica con razón 4 es 3 145 728. Determine el primer término.

### Solución

Planeamiento:

$$a_1 = ?; r = 4; n = 11; a_{11} = 3\,145\,728$$

Proceso:

Reemplazando en la fórmula.

$$a_1 = \frac{a_n}{r^{(n-1)}}; a_1 = \frac{3145728}{4^{(11-1)}}; a_1 = 3$$

Interpretación: El primer término es 3.

3. ¿Cuál es la razón geométrica de una progresión que tiene por primer término al número 9 y término 13 al número 36 864?

### Solución

Planeamiento:

$$a_1 = 9; r = ?; n = 13; a_{13} = 36\,864$$

Proceso:

Reemplazando en la fórmula.

$$r = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}; r = \sqrt[13-1]{\frac{36864}{9}}; r = 2$$

Interpretación: La razón geométrica es 2.



4. El último término de una progresión geométrica de razón 3 es 98 415 y el primer término es 5. ¿Cuál es la cantidad de términos que tiene?

### Solución

Planeamiento:

$$a_1 = 5; r = 3; n = ?; a_n = 98\,415$$

Proceso:

Reemplazando en la fórmula:

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{a_n}{a_1}\right)}{\text{Log}(r)} + 1; n = \frac{\text{Log}\left(\frac{98\,415}{5}\right)}{\text{Log}(3)} + 1; n = 10$$

Interpretación: El número de términos es 10.

## Ejercicios propuestos

1. En una progresión aritmética, el primer término es 4 y la razón es 4. ¿Cuál es el término 54 de la progresión?
2. El último de 35 términos de una progresión aritmética con razón 4, es 621. Determine el primer término.
3. ¿Cuál es la razón aritmética de una progresión que tiene por primer término al número 11 y término 70 al número 11741?
4. El último término de una progresión aritmética de razón 6, es 225, y el primer término es 21. ¿Cuál es la cantidad de términos que tiene?
5. En una progresión geométrica, el primer término es 4 y la razón es 4. ¿Cuál es el término 9 de la progresión?
6. El último de 10 términos de una progresión geométrica con razón 3 es 78732. Determine el primer término.
7. ¿Cuál es la razón geométrica de una progresión que tiene por primer término al número 3 y término 8 al número 234375?
8. El último término de una progresión geométrica de razón 2 es 57344 y el primer término es 7. ¿Cuál es la cantidad de términos que tiene?

## EL INTERÉS Y SUS TASAS

### 1.1 Interés simple

#### 1.1.1 Conceptos

El interés simple se refiere a los intereses que produce un capital inicial en un periodo de tiempo, el cual no se acumula al capital para producir los intereses del siguiente periodo. Se concluye, entonces, que el interés simple generado o pagado por el capital invertido o prestado, será igual en todos los periodos de la inversión o préstamo, mientras la tasa de interés y el plazo no cambien.

Esto no significa que, porque cambie la tasa o el periodo, deje de ser interés simple, ya que las consideraciones triviales de reemplazo en las fórmulas tomarán un giro interesante, permitiendo resolver problemas más reales y con esto, brindar un mejor servicio al cliente en un mercado laboral de entidades financieras con una filosofía flexible de ventas y servicios.

Un caso empírico en nuestra sociedad conlleva a la forma como se concibe la fórmula de interés simple; con el ejemplo de una persona que realiza un préstamo de **1000** unidades monetarias (nuevos soles) al **10 %** por mes (TNM), daría como resultado **100** nuevos soles por mes; en tres meses tendría  $3 \times 100 = 300$  nuevos soles. Note que se han realizado dos multiplicaciones:

$$I = 1000 \times 10 \% \times 3$$
$$I = 300.$$

Este es un ejemplo sencillo de interés simple, generándose de esta manera la siguiente fórmula:

$$I = P.i.n$$
$$I = C.r.t$$
$$I = Va.n.i$$

Estas son algunas de las diferentes nomenclaturas usadas por diferentes autores precedentes, y diferentes entidades financieras en la actualidad. Ya que se habla del valor futuro o valor final (Vf), entonces se puede usar la última nomenclatura, con la siguiente leyenda:

Va : Valor actual

n : Periodo

i : Tasa de interés

**Ejemplos:**

1.  $V_a = 1\ 000$

$n = 3$  meses (Él)

$i = 10\%$  tasa nominal mensual (Ella)

$I = 1000 \times 3 \times 10\%$

$I = 300$

2.  $V_a = 5000$

$n = 6$  bimestres = 1 año (Él)

$i = 9\%$  tasa nominal anual (Ella)

$I = 5\ 000 \times 1 \times 9\%$

$I = 450$

3.  $V_a = 8080$

$n = 10$  trimestres =  $10 \times 3 = 30$  meses (Él)

$i = 2\%$  tasa nominal bimestral =  $2\% / 2 = 1\%$  TNM (Ella)

$I = (8080) \times (30) \times (1\%)$

$I = 2424$

4.  $V_a = 10\ 000$

$n = 20$  semanas (Él)

$i = 0.1\%$  TND =  $0.1\% \times 7 = 0.7\%$  TN semanal (Ella)

$I = (10\ 000) \times (20) \times (0.7\%)$

$I = 1\ 400$

5.  $V_a = 369\ 000$

$n = 95$  días (Él)

$i = 15\%$  TNA =  $\frac{15\%}{360}$  TND (Ella)

$I = (369\ 000) \times (95) \times \left(\frac{15\%}{360}\right)$

$I = 14\ 606.25$

En cada uno de los ejercicios presentados, se puede apreciar que el requisito indispensable para el uso de la fórmula básica de interés simple es la homogenización de datos, esto es, convertir a una misma unidad de tiempo el periodo y la tasa de interés. Y es que de eso se trata la resolución de cualquier problema matemático, de homogenizar las unidades antes del procesamiento de datos y, por consecuencia, de cualquier problema de matemática financiera.

### 1.1.2 Homogenización

En principio, la solución de cualquier problema, situación o caso, necesita la homogenización de los datos a procesar. Esto se debe realizar o verificar en la fase del planeamiento. Para muchas personas, el término “homogenizar” puede resultar equívoco, ya que la palabra correcta según las normas de ortografía española es “homogeneizar”, que significa hacer homogéneo, por medios físicos o químicos, un compuesto o mezcla de elementos diversos, uniformizar algo. Sin embargo, para efectos de desarrollo de problemas se hará uso del término “homogenizar”, por ser de aplicación común en la matemática básica y la financiera. Así, homogenizar es la acción de uniformizar la unidad de tiempo de dos factores importantes del interés simple: la tasa de interés y el periodo; por ejemplo, cuando la tasa (ella) se encuentre en una unidad de tiempo bimestral, el periodo (él) debe responder o adaptarse a los bimestres, y viceversa. También se puede considerar convertir la unidad de tiempo de ambos factores a una misma unidad de tiempo.

Por ejemplo, si la tasa de interés es bimestral y el periodo está en trimestres, ambos pueden cambiar, ella a mensual y él a meses, o ella a anual y él a año.

Entonces, el primer paso para resolver cualquier problema será “Homogenizar” estos dos factores.

#### Ejemplo

$$V_a = 4000$$

$$n = 17 \text{ bimestres (él)}$$

$$i = 11,76 \% \text{ TNT (ella)}$$

Como se puede observar, él y ella no se encuentran en la misma unidad de tiempo; luego, la homogenización será necesaria antes del uso de fórmulas, técnicas y/o estrategias.

En una necesidad de claridad del proceso, es necesario detenerse a realizar homogenizaciones del periodo y de la tasa de interés, haciendo uso de la lógica, inducción y técnica para efectos de eficacia y eficiencia.

## A. Homogenización

Ella

$$\text{TNB } 5\% \Rightarrow \text{TNT} = 5\% \times \frac{3}{2} = 7,5\%$$

Lógica: 5 % bimestral dividido en 2, para obtener la tasa mensual; luego multiplique por 3 para obtener la tasa trimestral.

Técnica: 5 % (tengo) bimestral 2 meses y (quiero) trimestral 3 meses. El eslogan dice "lo que quiero sobre lo que tengo".

$$\text{TNC } 7\% \Rightarrow \text{TNS} = 7\% \times \frac{6}{4} = 10,5\%$$

$$\text{TNA } 9\% \Rightarrow \text{TND} = 9\% \times \frac{1}{360} = 0,025\%$$

$$\text{TNM } 2\% \Rightarrow \text{TNQ} = 2\% \times \frac{15}{30} = 1\%$$

$$\text{TNT } 6\% \Rightarrow \text{TN semanal} = 6\% \times \frac{7}{90}$$

Él

$$05 \text{ cuatrimestres} \Rightarrow \text{trimestres} = 5 \times \frac{4}{3} = 6,67$$

Lógica: 5 cuatrimestres multiplicados por 4 para obtener meses. Esta cantidad se divide entre 3 para obtener trimestres.

Técnica: 5 (tengo) cuatrimestres, 4 meses y (quiero) trimestres 3 meses, el eslogan dice: "primero lo que tiene, luego lo que viene".

$$13 \text{ semanas} \Rightarrow \text{años} = 13 \times \frac{7}{360}$$

$$08 \text{ días} \Rightarrow \text{semestres} = 8 \times \frac{1}{180}$$

$$17 \text{ bimestres} \Rightarrow \text{quincenas} = 17 \times \frac{60}{15}$$

$$27 \text{ años} \Rightarrow \text{días} = 27 \times \frac{1}{360}$$

## B. Ejercicios de conversión de tasas (Ella)

De	A
$i = 16\%$ TNC	TNB
$i = 13\%$ TNS	TNB
$i = 27\%$ TNC	TNC
$i = 8,1\%$ TNT	TNB
$i = 1,5\%$ TNA	TNS
$i = 1,6\%$ TN semanal	TNB
$i = 7\%$ TNC	TNC
$i = 8\%$ TNA	TND
$i = 8\%$ TNS	TNT
$i = 14\%$ TNA	TNC
$i = 13\%$ TNA	TNM
$i = 7\%$ TNS	TNQ
$i = 5\%$ TNQ	TNC

### C. Ejercicios de conversión del periodo (ÉI)

De	A
n = 16 cuatrimestres	bimestres
n = 13 semestres	bimestres
n = 27 cuatrimestres	cuatrimestres
n = 8,1 trimestres	bimestres
n = 1,5 años	semestres
n = 1,6 semanas	bimestres
n = 7 cuatrimestres	cuatrimestres
n = 8 años	bimestres
n = 8 semestres	trimestres
n = 14 años	cuatrimestres
n = 13 años	años
n = 7 semestres	bimestres
n = 5 cuatrimestres	cuatrimestres

Aplicando en la fórmula de interés simple a un solo caso las tres formas, esto es, convirtiendo la tasa de interés, el periodo, o a ambos.

Se realiza un préstamo por 6 500 nuevos soles a 80 trimestres, al 7,5 % cuatrimestral. Determine el interés a obtenerse.

#### Solución

1. Convirtiendo la tasa:

$$Va = 6\,500$$

$$n = 80 \text{ trimestres}$$

$$i = 7,5 \% \text{ cuatrimestral} = 7,5 \% \times \frac{3}{4}$$

$$I = 6\,500 \times 80 \times 7,5 \% \times \frac{3}{4} = 9\,750$$

2. Convirtiendo el periodo:

$$Va = 6\,500$$

$$n = 80 \text{ trimestres} = 80 \times \frac{3}{4} \text{ cuatrimestres}$$

$$i = 7,5 \% \text{ cuatrimestral}$$

$$I = 6\,500 \times 80 \times \frac{3}{4} \times 7,5 \% = 9\,750$$

3. Convirtiendo a ambos:

$$V_a = 6\,500$$

$$n = 80 \text{ trimestres} = 80 \times 3 \text{ meses}$$

$$i = 7,5\% \text{ cuatrimestral} = \frac{7,5\%}{4} \text{ mensual}$$

$$I = 6\,500 \times 80 \times 3 \times \frac{7,5\%}{4} = 9\,750$$

En casos posteriores, se realizará la conversión de acuerdo a la conveniencia de la situación o del dominio del financista. Realice la misma operación pero con el uso de la unidad de tiempo día.

Se abre una cuenta de ahorros con 20000 nuevos soles al 5 % TNB, a 29 semanas.

1.  $V_a = 20\,000$

$$n = 29 \text{ semanas} = 29 \times \frac{7}{60} \text{ bimestres}$$

$$i = 5\% \text{ TNB}$$

$$I = 20\,000 \times 29 \times \frac{7}{60} \times 5\%$$

$$I = 3\,833,33$$

2.  $V_a = 20\,000$

$$n = 29 \text{ semanas}$$

$$i = 5\% \times \frac{7}{60} \text{ Tasa nominal semanal}$$

$$I = 20\,000 \times 29 \times 5\% \times \frac{7}{60}$$

$$I = 3\,833,33$$

3.  $V_a = 20\,000$

$$n = 29 \text{ semanas} = 29 \times 7 \text{ días}$$

$$i = 5\% \text{ TNB} = \frac{5\%}{60} \text{ TND}$$

$$I = 20\,000 \times 29 \times 7 \times \frac{5\%}{60}$$

$$I = 3\,833,33$$



Desarrolle los siguientes ejercicios de las otras dos formas:

1.  $V_a = 32\,000$

$$i = 4\% \text{ TNT}$$

$$n = 200 \text{ días} = 200 \times \frac{1}{90} \text{ trimestres}$$

$$I = 32\,000 \times 4\% \times 200 \times \frac{1}{90} = 2\,844,44$$

2.  $V_a = 3\,500$

$$n = 271 \text{ días} = 271 \times \frac{1}{120} \text{ cuatrimestres}$$

$$i = 5,6\% \text{ TNC}$$

$$I = 3\,500 \times 5,6\% \times 271 \times \frac{1}{120} = 442,63$$

3.  $V_a = 4\,000$

$$n = 20 \text{ semestres}$$

$$i = 14\% \text{ cuatrimestral} = 14\% \times \frac{6}{4} \text{ semestral}$$

$$I = 4\,000 \times 20 \times 14\% \times \frac{6}{4} = 16\,800$$

4.  $V_a = 9\,500$

$$n = 23 \text{ trimestres}$$

$$i = 4\% \text{ anual} = 4\% \times \frac{3}{12} \text{ trimestral}$$

$$I = 9\,500 \times 23 \times 4\% \times \frac{3}{12} = 2\,185$$

5.  $V_a = 12\,900$

$$n = 16 \text{ años}$$

$$i = 0,33\% \text{ TNM} = 0,33\% \times \frac{360}{30} \text{ TNA}$$

$$I = 12\,900 \times 16 \times 0,33\% \times \frac{360}{30} = 8\,173,44$$

$$I = Vani$$

$$Va = 5\,000$$

$$i = 6\% \text{ TNT} = 6\% \times \frac{4}{3} \text{ TNC}$$

$$n = 11 \text{ cuatrimestres}$$

$$I = (5\,000) \left( 6\% \times \frac{4}{3} \right) (11)$$

$$I = 4\,400$$

Valor  
actual

$$Va = \frac{I}{ni}$$

$$I = 400$$

$$n = 7 \text{ meses}$$

$$i = 2\% \text{ TNM}$$

$$Va = \frac{400}{7 \times 2\%} = 2\,857,14$$

Tasa de interés

$$Va = 5\,000 \quad I = 800 \quad i = ? \text{ TNA}$$

$$n = 6 \text{ meses} = 6 \times \frac{1}{12} \text{ años}$$

$$i = \frac{I}{Va \times n} = \frac{800}{5\,000 \times \frac{6}{12}} = 0,32$$

$$i = 32\%$$

Periodo

$$Va = 5\,000; \quad I = 3\,000; \quad n = ?;$$

$$i = 4,51\% \text{ TNA}$$

$$n = \frac{I}{Va \times i} = \frac{3\,000}{5\,000 \times 4,51\%}$$

$$n = 13,3037 \text{ años}$$

$$13,3037 = 13 \text{ años y } 0,3037 \times 12$$

$$3,6444 = 3 \text{ meses y } 0,6444 \times 30$$

$$19,332 = 20 \text{ días}$$

Rpta: 13 años 3 meses y 20 días.

### 1.1.3 En función del interés simple

#### a. Ejercicios de repaso

1. Halle el interés de un capital  $V_a$  depositado a una tasa de interés  $i$  durante un periodo  $n$ .

$V_a = 3500$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ años
$V_a = 94000$	$i = 15\%$ anual	$n = 17$ meses
$V_a = 3870$	$i = 11\%$ semestral	$n = 31$ meses
$V_a = 6307,50$	$i = 8\%$ trimestral	$n = 7$ meses
$V_a = 3500$	$i = 15\%$ anual	$n = 50$ días
$V_a = 3870$	$i = 11\%$ semestral	$n = 301$ días
$V_a = 9256$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 94$ días
$V_a = 6307,50$	$i = 8\%$ anual	$n = 05$ julio - 20 agosto
$V_a = 16307,80$	$i = 8\%$ semestral	$n = 15$ marzo - 08 julio
$V_a = 89500,41$	$i = 14\%$ anual	$n = 11$ bimestres
$V_a = 8500,64$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ trimestres
$V_a = 6845$	$i = 7\%$ semestral	$n = 18$ años
$V_a = 456845$	$i = 5\%$ cuatrimestral	$n = 18$ trimestres
$V_a = 8812$	$i = 9\%$ trimestral	$n = 18$ bimestres

2. Se desea obtener el valor actual necesario para conseguir el interés determinado en cada uno de los casos, considerando la tasa de interés y el periodo respectivo.

$I = 13500$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ años
$I = 840$	$i = 15\%$ anual	$n = 17$ meses
$I = 348$	$i = 11\%$ semestral	$n = 31$ meses
$I = 95,6$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 9$ meses
$I = 77,50$	$i = 8\%$ trimestral	$n = 7$ meses
$I = 300,31$	$i = 15\%$ anual	$n = 50$ días
$I = 56,32$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 94$ días
$I = 78307,50$	$i = 8\%$ anual	$n = 05$ mayo - 20 abril
$I = 26307,80$	$i = 8\%$ semestral	$n = 15$ marzo - 08 setiembre
$I = 4950,41$	$i = 14\%$ anual	$n = 11$ bimestres
$I = 99845$	$i = 7\%$ semestral	$n = 18$ bimestres
$I = 48123,60$	$i = 5\%$ cuatrimestral	$n = 18$ trimestres
$I = 8812$	$i = 9\%$ trimestral	$n = 18$ bimestres

3. ¿Cuál será la tasa necesaria para que un capital  $Va$  pueda generar un interés  $I$  en un periodo  $n$ ? La unidad de tiempo deseada de la tasa de interés viene en la última columna.

$Va = 11941,69$	$I = 2172,48$	$n = 20$ trimestres	$\Rightarrow$ TNS?
$Va = 2080,11$	$I = 1701,22$	$n = 12$ bimestres	$\Rightarrow$ TNT?
$Va = 9043,47$	$I = 102,44$	$n = 12$ años	$\Rightarrow$ TNS?
$Va = 8706,75$	$I = 80,71$	$n = 12$ meses	$\Rightarrow$ TND?
$Va = 3539,19$	$I = 166,69$	$n = 13$ cuatrimestres	$\Rightarrow$ TNT?
$Va = 9413,51$	$I = 1192,58$	$n = 28$ bimestres	$\Rightarrow$ TNQ?
$Va = 7977,29$	$I = 118,36$	$n = 12$ cuatrimestres	$\Rightarrow$ TNM?
$Va = 6852,83$	$I = 184,1$	$n = 34$ meses	$\Rightarrow$ TNB?
$Va = 2351,15$	$I = 19,11$	$n = 27$ años	$\Rightarrow$ TND?
$Va = 5399,98$	$I = 947,03$	$n = 57$ días	$\Rightarrow$ TNA?
$Va = 10024,41$	$I = 368,43$	$n = 86$ semanas	$\Rightarrow$ TNC?
$Va = 4918,14$	$I = 4315,87$	$n = 40$ años	$\Rightarrow$ TNC?

Toda tasa se multiplica por 100 y se le agrega el símbolo %

4. En cuánto tiempo un capital  $Va$  generará un monto acumulado  $Vf$ , en cada uno de los siguientes casos, considerando una tasa de interés  $i$ . Emitir el resultado en años, meses y días.

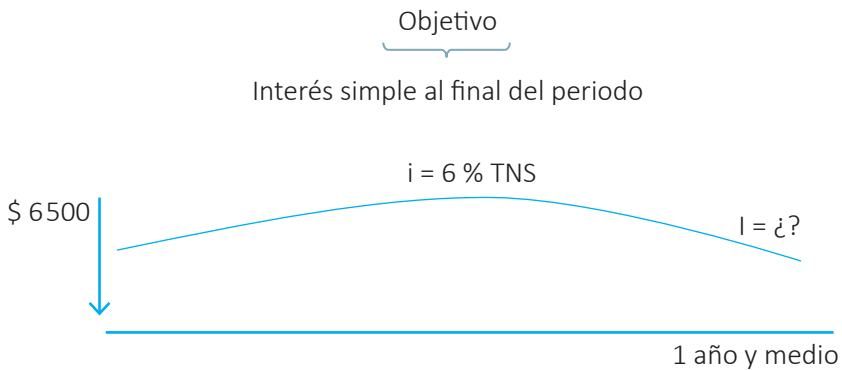
$Va = 7516,44$	$I = 1144,27$	$i = 36$ % semestral
$Va = 10747,54$	$I = 7936,54$	$i = 22$ % bimestral
$Va = 5890,19$	$I = 5064,92$	$i = 39$ % anual
$Va = 10874,69$	$I = 10087,04$	$i = 39$ % cuatrimestral
$Va = 8155,78$	$I = 4380,28$	$i = 22$ % anual
$Va = 8475,83$	$I = 3761,34$	$i = 37$ % anual
$Va = 6376,45$	$I = 1847,15$	$i = 33$ % mensual
$Va = 6843,29$	$I = 5493,94$	$i = 22$ % cuatrimestral
$Va = 9289,89$	$I = 9649,21$	$i = 26$ % semestral
$Va = 8690,24$	$I = 4044,34$	$i = 35$ % mensual

### b. Problemas resueltos de interés simple

1. El Sr. Jiménez abre una cuenta de ahorros en el Banco TenderSan, con 6500 nuevos soles, a un plazo fijo de un año y medio, al 6 % de interés simple semestral. ¿Cuál será el interés simple obtenido al final del periodo?

#### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_a = 6\,500$	$V_a = 6\,500$
$n = 1 \text{ año y medio}$	$n = 3 \text{ semestres}$
$i = 6\% \text{ TNS}$	$i = 6\% \text{ TNS}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

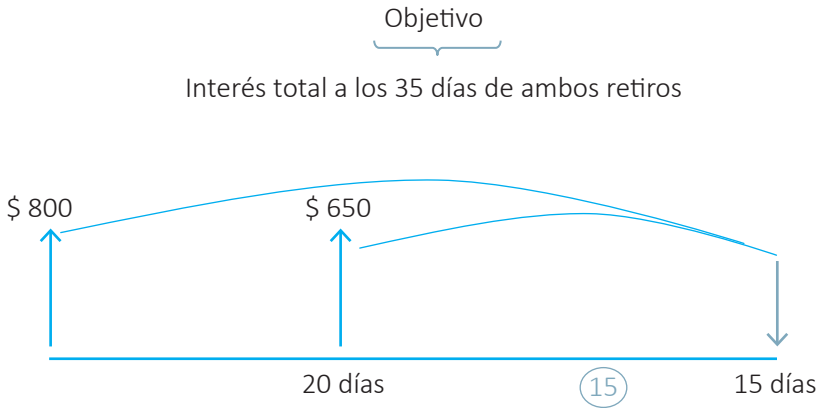
$$\begin{aligned}
 I &= V_a \times n \times i \\
 I &= 6\,500 \times 3 \times 6\% \\
 I &= 1\,170
 \end{aligned}$$

Interpretación: El interés obtenido será de 1170 nuevos soles.

2. La señora Garay retira de su tarjeta de crédito \$ 800 el día de hoy; veinte días después, vuelve a retirar \$ 650. Si la tasa nominal bimestral aplicada a la tarjeta es del 1,67 %, ¿a cuánto asciende el interés total de dicha deuda si cancela la tarjeta a los 35 días?

### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_a = 800$	$V_a = 800$
$n_1 = 35$ días	$n_1 = \frac{35}{60}$ bimestres
$V_a = 650$	$V_a = 650$
$n_2 = 15$ días	$n_2 = \frac{15}{60}$ bimestres
$i = 1,67\%$ TNB	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple se tendrá:  $I = V_a \times n \times i$

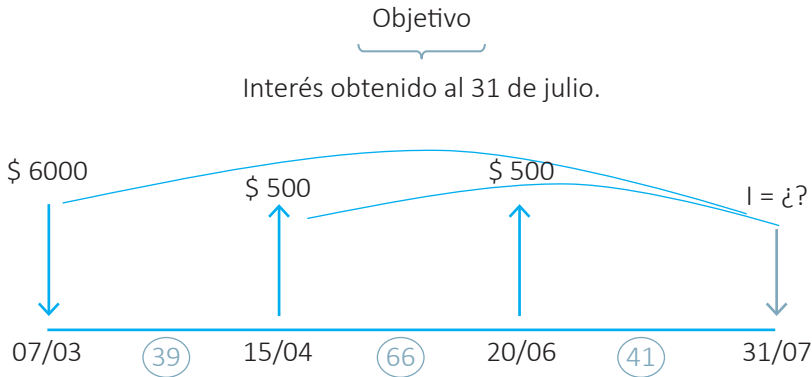
$I = 800 \times \frac{35}{60} \times 1,67\%$	$I = 650 \times \frac{15}{60} \times 1,67\%$
$I = 7,7933$	$I = 2,7138$
Interés total = $7,7933 + 2,7138 = 10,5071$	

Interpretación: El interés total obtenido será \$ 10,51

3. Se realizan dos retiros de efectivo de \$ 500 cada uno, en la fechas del 15 de abril y 20 de junio, de una cuenta de ahorros abierta el 07 de marzo con \$ 6000 al 5,3 % TNA. ¿Cuál es el interés obtenido al cierre de la cuenta el 31 de julio?

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenizados
$V_a = 6000$	$V_a = 6000$
$n = 146$ días	$n = \frac{146}{360}$ años
$V_a = 500$	$V_a = 500$
$n = 107$ días	$n = \frac{107}{360}$ años
$V_a = 500$	$V_a = 500$
$n = 41$ días	$n = \frac{41}{360}$ años
$i = 5.3\% \text{ TNA}$	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:  $I = V_a \times n \times i$ .

$I_E = 6000 \times \frac{146}{360} \times 5,3\%$	$I_s = \left( 500 \times \frac{107}{360} + 500 \times \frac{41}{360} \right) \times 5,3\%$
$I_E = 128,97$	$I_s = 10,89$
<b>Interés total = 128,97 - 10,89 = 118,08</b>	

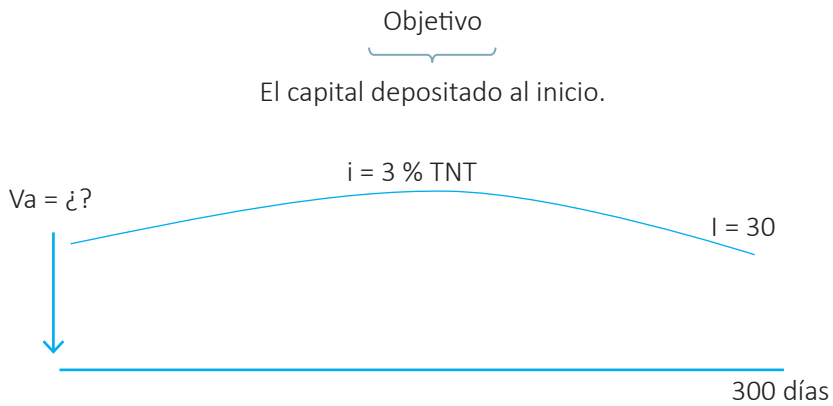
Interpretación: El interés total obtenido será \$ 118,08.

### a. Capital

1. Al cierre de una cuenta a plazo fijo de 300 días se obtuvo \$ 30 al 3 % TNT. Determine el capital depositado al inicio.

#### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$I = 30$	$I = 30$
$n = 300$ días	$n = 300$ días
$i = 3 \% \text{ TNT}$	$i = 3 \% \text{ TNT} = \frac{3 \%}{90} \text{ TND}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$Va = \frac{I}{n \times i} \Rightarrow Va = \frac{30}{300 \times \frac{3 \%}{90}}$$

$$Va = 300$$

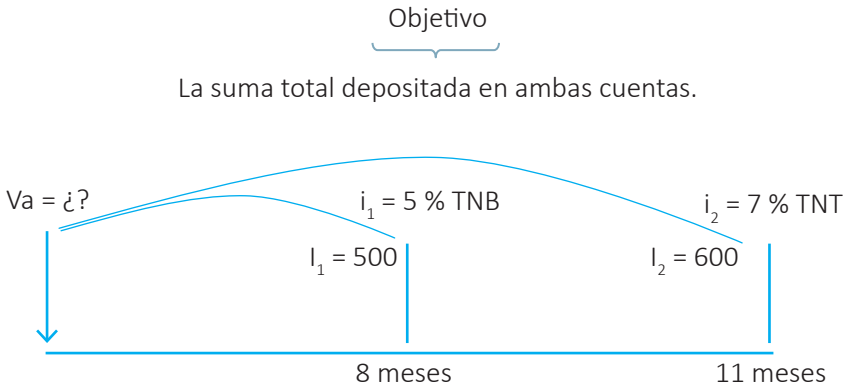
Interpretación: El capital depositado al inicio fue de \$ 300.



2. Se obtienen dos intereses de \$ 500 y \$ 600, por dos depósitos realizados en dos cuentas al mismo tiempo, hace 8 meses, al 5 % TNB y el segundo hace 11 meses al 7 % TNT, respectivamente. Determine la suma total depositada en ambas cuentas.

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$I_1 = 500$	$I_1 = 500$
$n = 8$ meses	$n = 8$ meses = $\frac{8}{2}$ bimestres
$i_1 = 5\%$ TNB	$i_1 = 5\%$ TNB
$I_2 = 600$	$I_2 = 600$
$n = 11$ meses	$n = 11$ meses = $\frac{11}{3}$ trimestres
$i_2 = 7\%$ TNT	$i_2 = 7\%$ TNT

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$Va = \frac{I}{n \times i} \Rightarrow Va = \frac{500}{\frac{8}{2} \times 5\%} + \frac{600}{\frac{11}{3} \times 7\%}$$

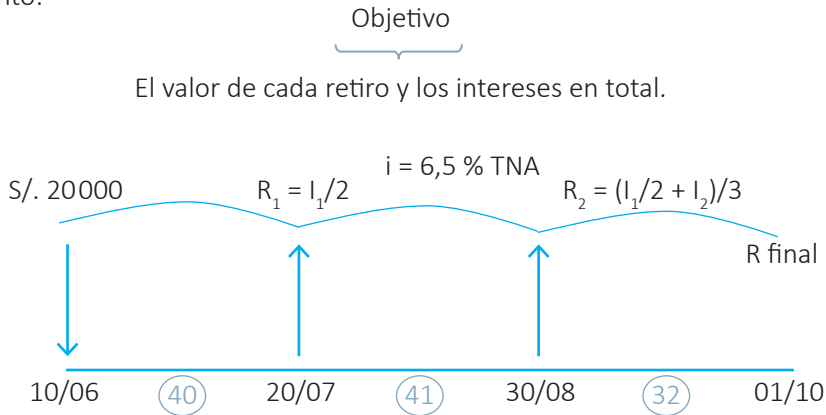
$$Va = 4\,837,66$$

Interpretación: El total depositado en ambas cuentas fue \$ 4837,66.

3. La entidad financiera DineroSur abre una cuenta de ahorros al Sr. Rengifo al 6,5 % anual, por un capital de \$ 20000, el 10 de junio del año en curso. Si el 20 de julio retira la mitad de los intereses ganados, el 30 de agosto retira la tercera parte de los intereses acumulados hasta entonces, y el 01 octubre retira el total de los intereses, ¿a cuánto ascienden dichos retiros y los intereses en total?

### Solución

Planteamiento:



$$n_1 = \frac{40}{360} \text{ días} \quad n_2 = \frac{41}{360} \text{ días} \quad n_3 = \frac{32}{360} \text{ años}$$

$$V_a = 20\,000 \quad i = 6.5 \% \text{ TNA}$$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$I = V_a \times n \times i$$

$$R_1 = \left( 20000 \times \frac{40}{360} \times 6,5 \% \right) / 2 = 72,22$$

$$R_2 = \left[ 72,22 + \left( 20000 \times \frac{41}{360} \times 6,5 \% \right) \right] / 3 = 73,43$$

$$R_{\text{final}} = 146,85 + \left( 20000 \times \frac{32}{360} \times 6,5 \% \right) = 262,41$$

$$\text{Interés Total} = 72,22 + 73,43 + 262,41 = 408,05$$

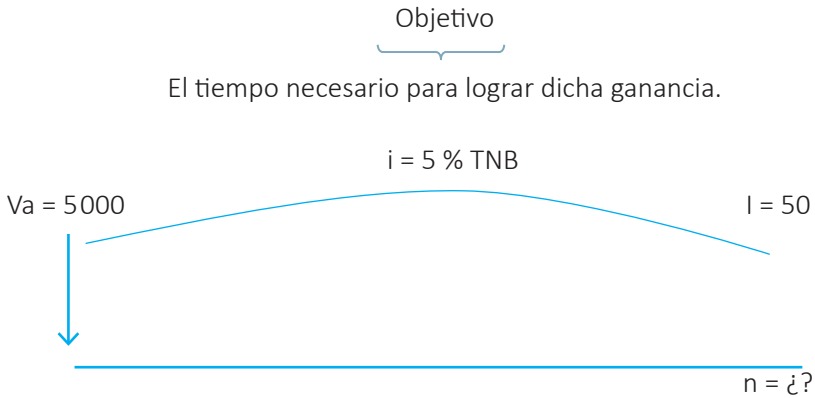
Interpretación: El interés total obtenido fue de \$ 408,05

**b. Periodo**

1. Por un capital de \$ 5000 depositado al 5 % bimestral se ha ganado \$ 50 de interés. ¿En cuánto tiempo se logró dicha ganancia?

**Solución**

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$I = 50$	$I = 50$
$Va = 5\ 000$	$Va = 5\ 000$
$i = 5\% \text{ TNB}$	$i = 5\% \times 6 \text{ TNA}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$n = \frac{I}{Va \times i} \Rightarrow n = \frac{50}{5000 \times 30\%}$$

$$n = 0,03333 \text{ años}$$

$$0 \text{ años y } 0,0333 \times 12 = 0,4$$

$$0 \text{ meses y } 0,4 \times 30 = 12$$

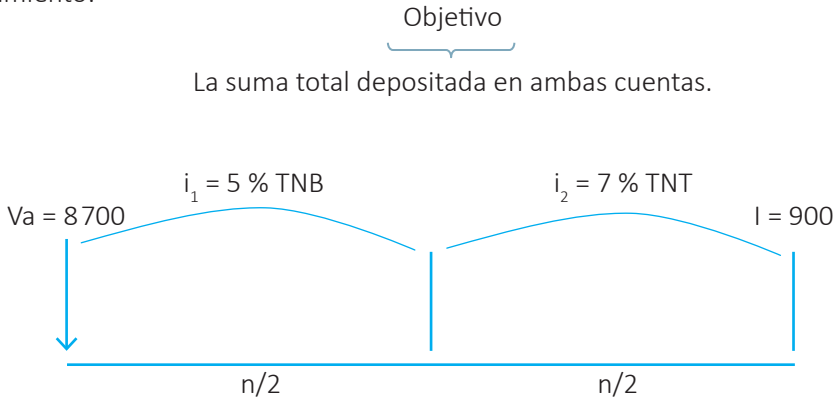
$$12 \text{ días}$$

Interpretación: El tiempo necesario para lograr dicha ganancia es de 12 días.

2. Se logra un interés de \$ 900 en un determinado tiempo, por una inversión de \$ 8700, considerando que a la mitad del periodo la tasa de interés cambio de 5 % TNB a 7 % TNT.

### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$i_1 = 5 \% \text{ TNB}$	$i_1 = 5 \% \times 6 \text{ TNA}$
$i_2 = 7 \% \text{ TNT}$	$i_2 = 7 \% \times 4 \text{ TNA}$
$Va = 8700$	
$I = 900$	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$I = Va \times (n_1 i_1 + n_2 i_2)$$

$$900 = 8700 \times \left( \frac{n}{2} \times 5 \% \times 6 + \frac{n}{2} \times 7 \% \times 4 \right)$$

$$n = 0,3567 \text{ años}$$

$$0 \text{ años y } 0,3559 \times 12 = 4,2806$$

$$4 \text{ meses y } 0,2806 = 8,4185$$

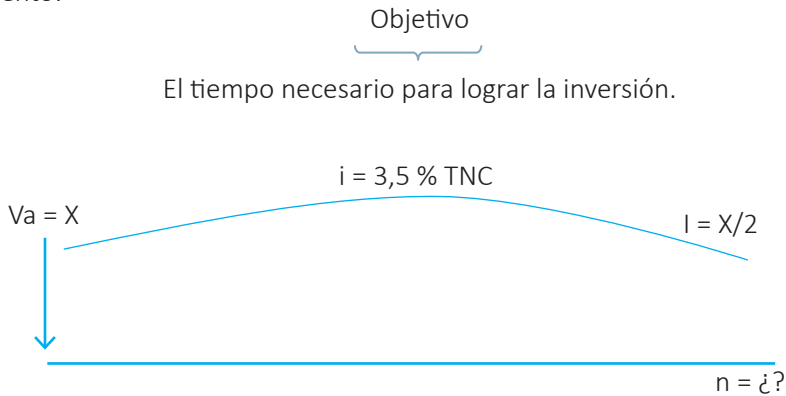
$$9 \text{ días}$$

Interpretación: El tiempo requerido es de 4 meses y 9 días.

3. ¿En cuánto tiempo un capital invertido al 3,5 % cuatrimestral, obtendrá como interés la mitad de lo invertido?

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$I = X/2$	$I = X/2$
$Va = X$	$Va = X$
$i = 3,5 \% \text{ TNC}$	$i = 3,5 \% \times 3 \text{ TNA}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$n = \frac{I}{Va \times i} \Rightarrow n = \frac{X/2}{X \times 10,5 \%}$$

$$n = 4,7619 \text{ años}$$

$$4 \text{ años } y \ 0,7619 \times 12 = 9,1429$$

$$9 \text{ meses } y \ 0,1428 \times 30 = 4,287$$

$$5 \text{ días}$$

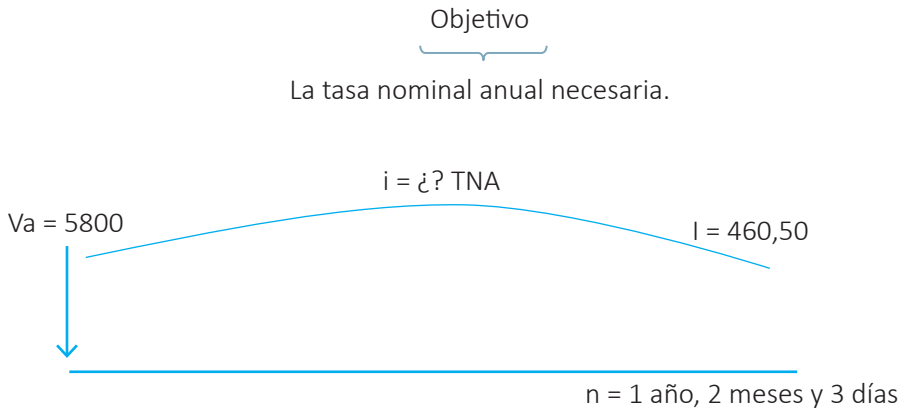
Interpretación: El tiempo necesario para lograr dicha ganancia es 4 años, 9 meses y 5 días.

### c. Tasa de interés

1. ¿A qué tasa de interés anual un capital de \$ 5 800 tendrá como interés a \$ 460,50 en 1 año, 2 meses y 3 días?

#### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$I = 460,50$	$I = 460,50$
$V_a = 5\,800$	$V_a = 5\,800$
$n = 1$ año, 2 meses y 3 días	$n = 423$ días = $\frac{423}{360}$ años

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$i = \frac{I}{V_a \times n} \Rightarrow i = \frac{460,50}{5800 \times \frac{423}{360}}$$

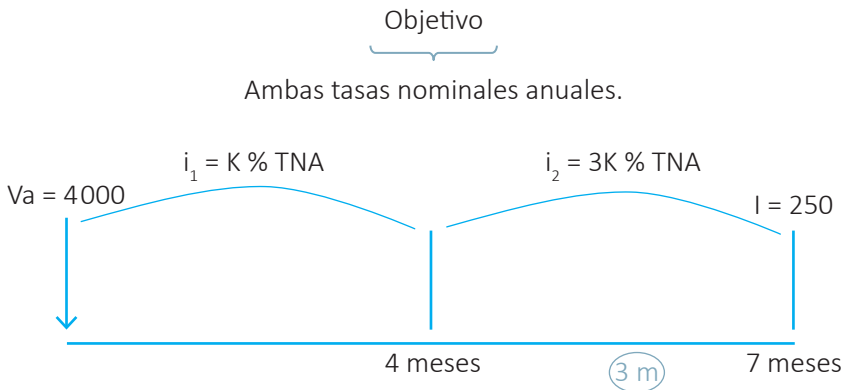
$$i = 0,0675 \times 100 \% = 6,75 \%$$

Interpretación: La tasa nominal anual necesaria es 6,75 %.

2. Un crédito personal abierto con \$ 4000, triplica su tasa de interés anual a los 4 meses, cancelándose la cuenta a los 7 meses con un interés simple de \$ 250. Determine ambas tasas de interés.

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$n_1 = 4 \text{ meses}$	$n_1 = \frac{4}{12} \text{ años}$
$n_2 = 3 \text{ meses}$	$n_2 = \frac{3}{12} \text{ años}$
$V_a = 4\,000$ $I = 250$	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$I = Va \times (n_1 \times i_1 + n_2 \times i_2)$$

$$250 = 4\,000 \times \left( \frac{4}{12} \times i \% + \frac{3}{12} \times 3i \% \right)$$

$$250 = 4\,000 \times \left( \frac{4}{12} + \frac{3}{12} \times 3 \right) \times i \%$$

$$250 = 4\,000 \times \left( \frac{13}{12} \right) \times i \%$$

$$i \% = 0,057692 \times 100 \% = 5,7692 \%$$

$$3i \% = 3 \times 5,7692 \% = 17,3076 \%$$

Interpretación: La TNA del primer periodo es 5,77 %, y la del segundo periodo es 17,31 %.





### 1.1.4 En función del valor futuro

$$V_f = V_a(1+ni)$$

$$V_a = 5\,000$$

$$i = 6\% \text{ TNT} = 6\% \times \frac{4}{3} \text{ TNC}$$

$$n = 11 \text{ cuatrimetres}$$

$$I = (5\,000) \left[ 1 + \left( 6\% \times \frac{4}{3} \right) (11) \right]$$

$$I = 9\,400$$

Valor actual

Tasa de interés

Periodo

$$V_a = \frac{V_f}{(1+in)} = V_f(1+in)^{-1}$$

$$V_f = 8\,000$$

$$n = 7 \text{ meses}$$

$$i = 2\% \text{ TNM}$$

$$V_a = 8\,000(1+2\% \times 7)^{-1}$$

$$V_a = 7\,017,54$$

$$V_a = 5\,000 \quad V_f = 5\,900 \quad i = ? \text{ TNA}$$

$$n = 6 \text{ meses} = 6 \times \frac{1}{12} \text{ años}$$

$$i = \frac{\frac{V_f}{V_a} - 1}{n} = \frac{\frac{5900}{5000} - 1}{6 \times \frac{1}{12}}$$

$$i = 0,36 \times 100\%$$

$$i = 36\%$$

$$V_a = 5\,000 \quad V_f = 7\,500 \quad n = ?$$

$$i = 3,25\% \text{ TNS}$$

$$\Rightarrow 3,25\% \times 2 = 6,5\% \text{ TNA}$$

$$n = \frac{\frac{V_f}{V_a} - 1}{i} = \frac{\frac{7500}{5000} - 1}{6,5\%}$$

$$n = 7,6923 \text{ años}$$

$$7,6923 = 7 \text{ años y } 0,6923 \times 12$$

$$8,3076 = 8 \text{ meses y } 0,3076 \times 30$$

$$9,2280 = 10 \text{ días}$$

Rpta: 7 años 8 meses y 10 días.

## A. Ejercicios de repaso

1. Halle el valor futuro de un capital  $V_a$  depositado a una tasa de interés  $i$ , durante un periodo  $n$ .

$V_a = 3500$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ años
$V_a = 94000$	$i = 15\%$ anual	$n = 17$ meses
$V_a = 3870$	$i = 11\%$ semestral	$n = 31$ meses
$V_a = 6307,50$	$i = 8\%$ trimestral	$n = 7$ meses
$V_a = 3500$	$i = 15\%$ anual	$n = 50$ días
$V_a = 3870$	$i = 11\%$ semestral	$n = 301$ días
$V_a = 9256$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 94$ días
$V_a = 6307,50$	$i = 8\%$ anual	$n = 05$ julio - 20 agosto
$V_a = 16307,80$	$i = 8\%$ semestral	$n = 15$ marzo - 08 julio
$V_a = 89500,41$	$i = 14\%$ anual	$n = 11$ bimestres
$V_a = 8500,64$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ trimestres
$V_a = 6845$	$i = 7\%$ semestral	$n = 18$ años
$V_a = 456845$	$i = 5\%$ cuatrimestral	$n = 18$ trimestres
$V_a = 8812$	$i = 9\%$ trimestral	$n = 18$ bimestres

2. Se desea obtener el valor actual necesario para conseguir el monto determinado en cada uno de los casos, considerando la tasa de interés y el periodo respectivo.

$V_f = 13500$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ años
$V_f = 840410$	$i = 15\%$ anual	$n = 17$ meses
$V_f = 34870$	$i = 11\%$ semestral	$n = 31$ meses
$V_f = 956$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 9$ meses
$V_f = 7307,50$	$i = 8\%$ trimestral	$n = 7$ meses
$V_f = 3500,31$	$i = 15\%$ anual	$n = 50$ días
$V_f = 5956,32$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 94$ días
$V_f = 78307,50$	$i = 8\%$ anual	$n = 05$ mayo - 20 abril
$V_f = 26307,80$	$i = 8\%$ semestral	$n = 15$ marzo - 08 setiembre
$V_f = 4950,41$	$i = 14\%$ anual	$n = 11$ bimestres
$V_f = 99845$	$i = 7\%$ semestral	$n = 18$ bimestres
$V_f = 48123,60$	$i = 5\%$ cuatrimestral	$n = 18$ trimestres
$V_f = 8812$	$i = 9\%$ trimestral	$n = 18$ bimestres

3. ¿Cuál será la tasa necesaria para que un capital  $V_a$  pueda generar un monto  $V_f$ , en un periodo  $n$ ? La unidad de tiempo deseada de la tasa de interés viene en la última columna.

$V_a = 11941,69$	$V_f = 12172,48$	$n = 20$ trimestres	$\Rightarrow$ TNS?
$V_a = 2080,11$	$V_f = 14701,22$	$n = 12$ bimestres	$\Rightarrow$ TNT?
$V_a = 9043,47$	$V_f = 10622,44$	$n = 12$ años	$\Rightarrow$ TNS?
$V_a = 8706,75$	$V_f = 8800,71$	$n = 12$ meses	$\Rightarrow$ TND?
$V_a = 3539,19$	$V_f = 12676,69$	$n = 13$ cuatrimestres	$\Rightarrow$ TNT?
$V_a = 9413,51$	$V_f = 11942,58$	$n = 28$ bimestres	$\Rightarrow$ TNQ?
$V_a = 7977,29$	$V_f = 12128,36$	$n = 12$ cuatrimestres	$\Rightarrow$ TNM?
$V_a = 6852,83$	$V_f = 157484,1$	$n = 34$ meses	$\Rightarrow$ TNB?
$V_a = 2351,15$	$V_f = 10709,11$	$n = 27$ años	$\Rightarrow$ TND?
$V_a = 5399,98$	$V_f = 9497,03$	$n = 57$ días	$\Rightarrow$ TNA?
$V_a = 10024,41$	$V_f = 13648,43$	$n = 86$ semanas	$\Rightarrow$ TNC?
$V_a = 4918,14$	$V_f = 11315,87$	$n = 40$ años	$\Rightarrow$ TNC?

Toda tasa se multiplica por 100 y se le agrega el símbolo %

4. En cuánto tiempo un capital  $V_a$  generará un monto acumulado  $V_f$ , en cada uno de los siguientes casos, considerando una tasa de interés  $i$ . Emitir el resultado en años, meses y días.

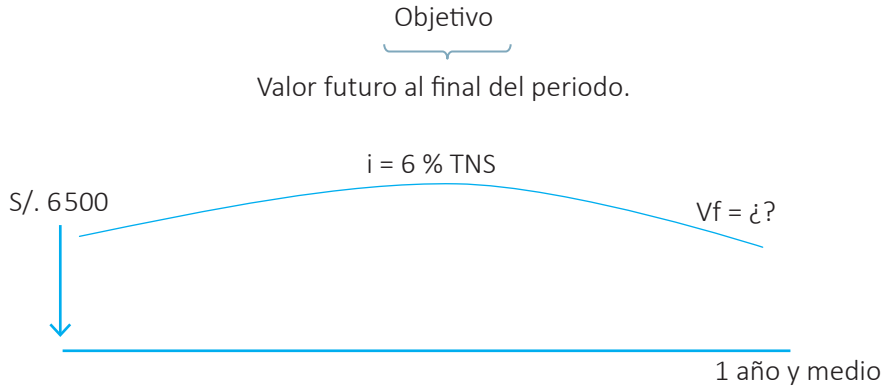
$V_a = 7516,44$	$V_f = 15144,27$	$i = 36$ % semestral
$V_a = 10747,54$	$V_f = 11936,54$	$i = 22$ % bimestral
$V_a = 5890,19$	$V_f = 16564,92$	$i = 39$ % anual
$V_a = 10874,69$	$V_f = 11987,04$	$i = 39$ % cuatrimestral
$V_a = 8155,78$	$V_f = 11380,28$	$i = 22$ % anual
$V_a = 8475,83$	$V_f = 10761,34$	$i = 37$ % anual
$V_a = 6376,45$	$V_f = 7847,15$	$i = 33$ % mensual
$V_a = 6843,29$	$V_f = 9893,94$	$i = 22$ % cuatrimestral
$V_a = 9289,89$	$V_f = 10649,21$	$i = 26$ % semestral
$V_a = 8690,24$	$V_f = 14044,34$	$i = 35$ % mensual

## B. Problemas resueltos de interés simple en función del valor futuro

1. El Sr. Jiménez abre una cuenta de ahorros en Banco TenderSan con \$ 6500, a un plazo fijo de un año y medio, al 6 % de interés simple semestral. ¿Cuál será el valor futuro simple obtenido al final del periodo?

### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_a = 6\,500$	$V_a = 6\,500$
$n = 1 \text{ año y medio}$	$n = 3 \text{ semestres}$
$i = 6\% \text{ TNS}$	$i = 6\% \text{ TNS}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$V_f = V_a(1 + n \times i)$$

$$V_f = 6\,500(1 + 3 \times 6\%)$$

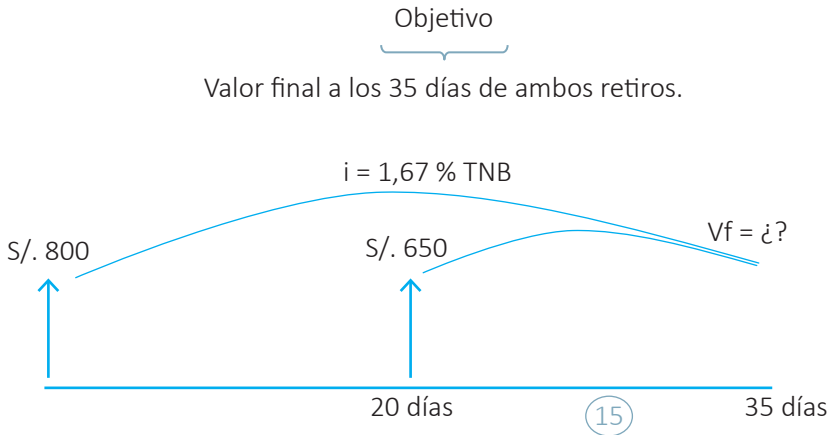
$$V_f = 7\,670$$

Interpretación: El valor futuro será de 7670 nuevos soles.

2. La señora Garay retira de su tarjeta de crédito \$ 800 el día de hoy, y veinte días después vuelve a retirar \$ 650. Si la tasa nominal bimestral aplicada a la tarjeta es del 1,67 % ¿A cuánto asciende el valor final de dicha deuda si cancela la tarjeta a los 35 días?

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_a = 800$	$V_a = 800$
$n_1 = 35 \text{ días}$	$n_1 = \frac{35}{60} \text{ bimestres}$
$V_a = 650$	$V_a = 650$
$n_2 = 15 \text{ días}$	$n_2 = \frac{15}{60} \text{ bimestres}$
$i = 1,67\% \text{ TNB}$	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple.

$$V_f = V_a(1 + n \times i)$$

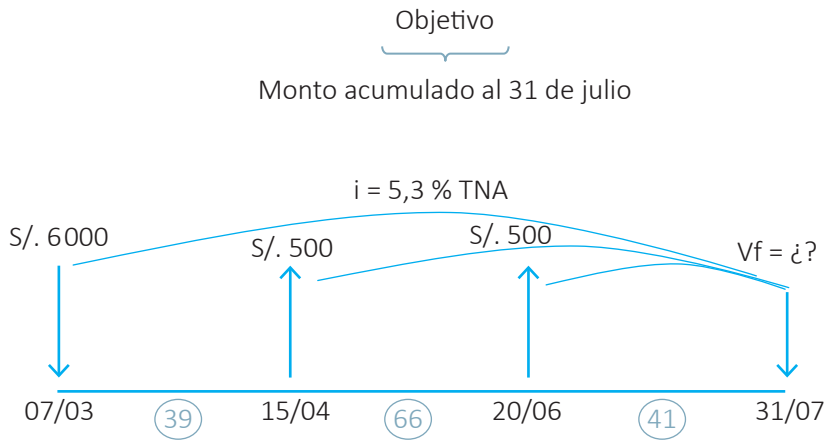
$V_f = 800 \left( 1 + \frac{35}{60} \times 1,67\% \right)$	$V_f = 650 \left( 1 + \frac{15}{60} \times 1,67\% \right)$
$V_f = 807,7933$	$V_f = 652,7138$
<b>Valor final = 807,7933 + 652,7138 = 1 460,5071</b>	

Interpretación: El valor final obtenido será \$ 1460,51.

3. Se realizan dos retiros de efectivo de \$ 500 cada uno, en la fechas del 15 de abril y 20 de junio, de una cuenta de ahorros abierta el 07 de marzo, con \$ 6000 al 5,3 % TNA. ¿Cuál es el monto acumulado al cierre de la cuenta el 31 de julio?

### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_a = 6000$	$V_a = 6000$
$n = 146 \text{ días}$	$n = \frac{146}{360} \text{ años}$
$V_a = 500$	$V_a = 500$
$n = 107 \text{ días}$	$n = \frac{107}{360} \text{ años}$
$V_a = 500$	$V_a = 500$
$n = 41 \text{ días}$	$n = \frac{41}{360} \text{ años}$
$i = 5,3 \% \text{ TNA}$	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$Vf = Va_1 (1 + n_1 i_1) + Va_2 (1 + n_2 i_2)$$

$Vf = 6\,000 \left( 1 + \frac{146}{360} \times 5,3\% \right)$	$Vf = 500 \left( 1 + \frac{107}{360} \times 5,3\% \right)$
$I = 6\,128,97$	$+ 500 \left( 1 + \frac{41}{360} \times 5,3\% \right)$
	$I = 1\,010,89$
$\text{Interés Total} = 6\,128,97 - 1\,010,89 = 5\,118,08$	

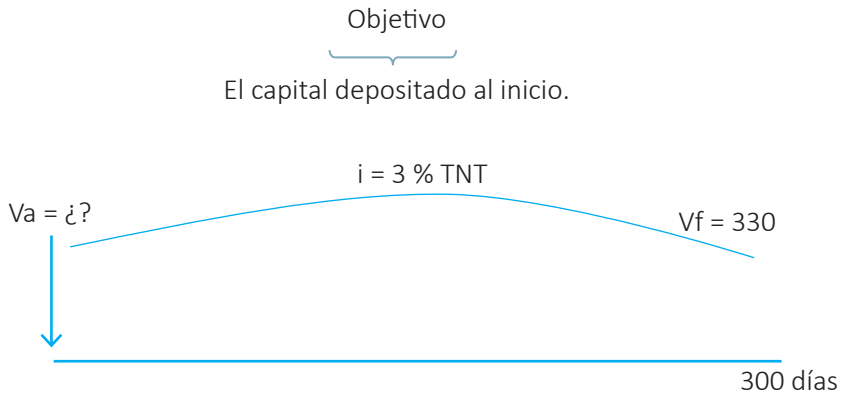
Interpretación: El monto acumulado obtenido será \$ 5 118,08

### a. Capital

1. Al cierre de una cuenta a plazo fijo de 300 días se obtuvo \$ 330 de monto acumulado, al 3 % TNT. Determine el capital depositado al inicio.

#### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_f = 330$	$V_f = 330$
$n = 300$ días	$n = 300$ días
$i = 3\%$ TNT	$i = 3\%$ TNT = $\frac{3\%}{90}$ TND

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$V_a = V_f(1 + in)^{-1} \Rightarrow V_a = 330 \left( 1 + \frac{3\%}{90} \times 300 \right)^{-1}$$

$$V_a = 300$$

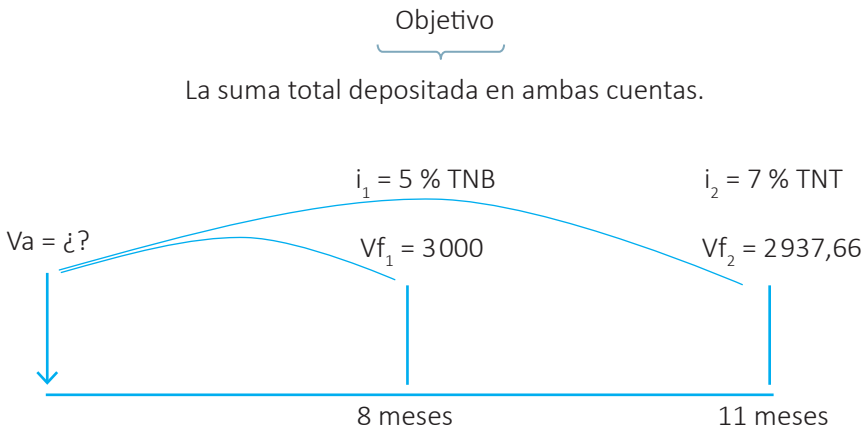
Interpretación: El capital depositado al inicio fue de \$ 300.



2. Se obtienen dos montos de \$ 3 000 y \$ 2 937,66, por dos depósitos realizados en dos cuentas al mismo tiempo, hace 8 meses, al 5 % TNB; y el segundo hace 11 meses, al 7 % TNT, respectivamente. Determine la suma total depositada en ambas cuentas.

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$Vf_1 = 3000$	$Vf_1 = 3000$
$n = 8 \text{ meses}$	$n = 8 \text{ meses} = \frac{8}{2} \text{ bimestres}$
$i_1 = 5 \% \text{ TNB}$	$i_1 = 5 \% \text{ TNB}$
$Vf_2 = 2\,937,66$	$Vf_2 = 2\,937,66$
$n = 11 \text{ meses}$	$n = 11 \text{ meses} = \frac{11}{3} \text{ trimestres}$
$i_2 = 7 \% \text{ TNT}$	$i_2 = 7 \% \text{ TNT}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$Va = Vf(1 + in)^{-1}$$

$$Va = 3\,000(1 + 4 \times 5 \%)^{-1} + 2\,937,66 \left(1 + \frac{11}{3} \times 7 \%\right)^{-1}$$

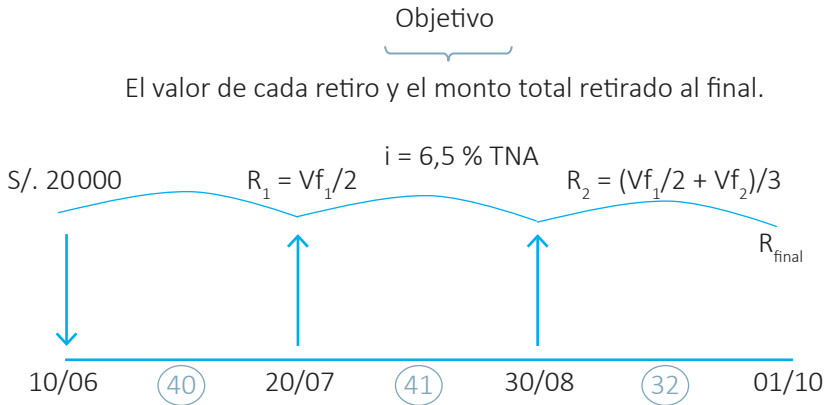
$$Va = 4\,837,66$$

Interpretación: La suma total depositada en ambas cuentas fue de \$ 4 837,66.

3. La entidad financiera DineroSur abre una cuenta de ahorros al Sr. Rengifo, al 6,5 % anual, por un capital de \$ 20000, el 10 de junio del año en curso. Si el 20 de julio retira la mitad del monto acumulado, el 30 de agosto retira la tercera parte del total acumulado hasta entonces, y el 01 octubre retira el total de los ahorros, ¿a cuánto ascienden dichos retiros y el monto total retirado al final?

### Solución

Planteamiento:



$$n_1 = \frac{40}{360} \text{ días} \quad n_2 = \frac{41}{360} \text{ días} \quad n_3 = \frac{32}{360} \text{ años}$$

$$Va = 20\,000$$

$$i = 6,5 \% \text{ TNA}$$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$Vf = Va(1 + n \times i)$$

$$R_1 = 20\,000 \left( 1 + \frac{40}{360} \times 6,5 \% \right) / 2 = 10\,072,22$$

$$R_2 = \left[ 10\,072,22 \times \left( 1 + \frac{41}{360} \times 6,5 \% \right) \right] / 3 = 3\,382,26$$

$$R_{\text{fin}} = 2 \times 3\,382,26 \times \left( 1 + \frac{32}{360} \times 6,5 \% \right) = 6\,803,61$$

$$\text{Interés total} = 10\,072,22 + 3\,382,26 + 6\,803,61 = 20\,258,09$$

Interpretación: Los retiros fueron: 10072,22, 3382,26 y 6803,61.

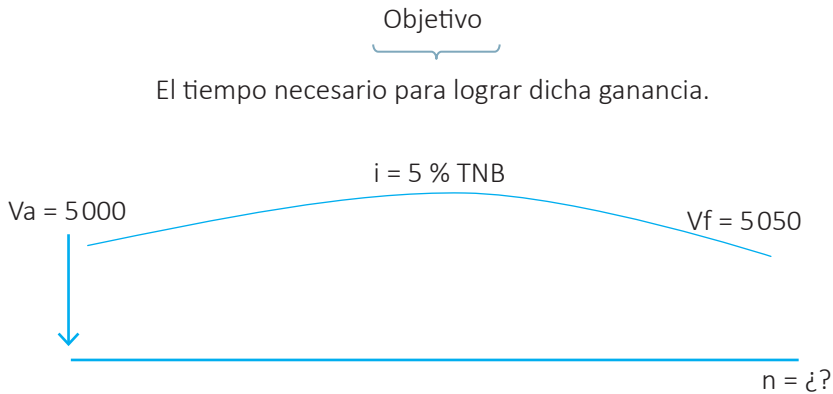
El monto total retirado es de \$ 20258,09.

**b. Periodo**

1. Por un capital de \$ 5 000 depositado al 5 % bimestral, se ha ganado \$ 5 050 de interés. ¿En cuánto tiempo se logró dicha ganancia?

**Solución**

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_f = 5\,050$	$V_f = 5\,050$
$V_a = 5\,000$	$V_a = 5\,000$
$i = 5\% \text{ TNB}$	$i = 5\% \times 6 \text{ TNA}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$n = \frac{\frac{V_f}{V_a} - 1}{i} \Rightarrow n = \frac{\frac{5050}{5000} - 1}{30\%}$$

$$n = 0,03333 \text{ años}$$

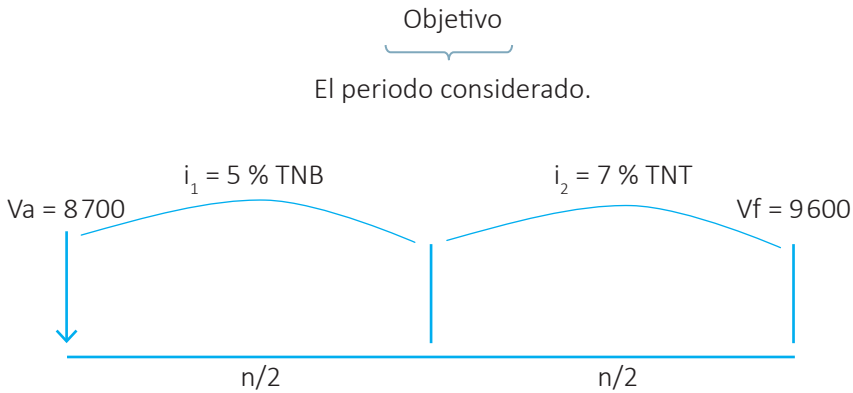
0 años y  $0,0333 \times 12 = 0,4$   
 0 meses y  $0,4 \times 30 = 12$   
 12 días

Interpretación: El tiempo necesario para lograr dicha ganancia es de 12 días.

2. Se logra un monto acumulado de 9600 en un determinado tiempo, por una inversión de 8700; considerando que a la mitad del periodo la tasa de interés cambio de 5 % TNB a 7 % TNT, determine el periodo considerado.

### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$i_1 = 5\% \text{ TNB}$	$i_1 = 5\% \times 6 \text{ TNA}$
$i_2 = 7\% \text{ TNT}$	$i_2 = 7\% \times 4 \text{ TNA}$
$V_a = 8700$	
$I = 9600$	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$V_f = V_a(1 + n_1 i_1 + n_2 i_2)$$

$$9600 = 8700 \left( 1 + \frac{n}{2} \times 5\% \times 6 + \frac{n}{2} \times 7\% \times 4 \right)$$

$$n = 0.3567 \text{ años}$$

$$0 \text{ años y } 0,3559 \times 12 = 4,2806$$

$$4 \text{ meses y } 0,2806 = 8,4185$$

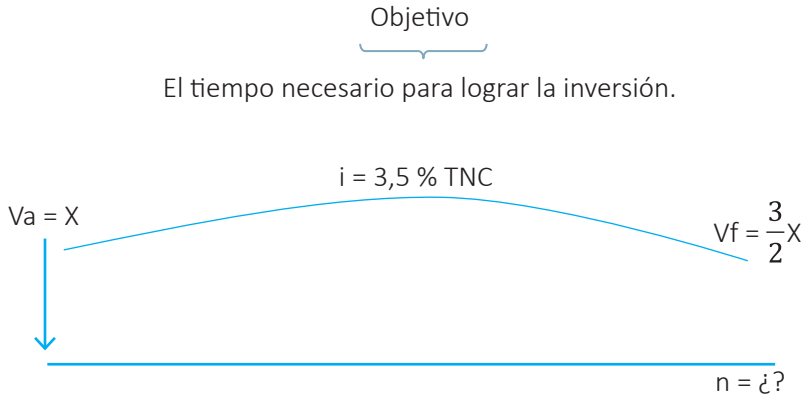
$$9 \text{ días}$$

Interpretación: El tiempo requerido es de 4 meses y 9 días.

3. ¿En cuánto tiempo un capital invertido al 3,5 % cuatrimestral, obtendrá como valor futuro los 3/2 de lo invertido?

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_f = 3X/2$	$V_f = 3X/2$
$V_a = X$	$V_a = X$
$i = 3,5 \% \text{ TNC}$	$i = 3,5 \% \times 3 \text{ TNA}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$n = \frac{\frac{V_f}{V_a} - 1}{i} \Rightarrow n = \frac{\frac{3X/2}{X} - 1}{10,5 \%}$$

$$n = 4,7619 \text{ años}$$

$$4 \text{ años y } 0,7619 \times 12 = 9,1429$$

$$9 \text{ meses y } 0,1428 \times 30 = 4,287$$

$$5 \text{ días}$$

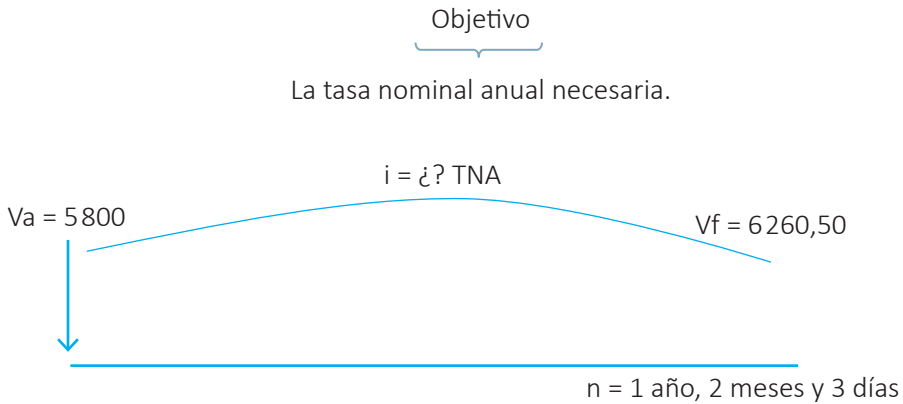
Interpretación: El tiempo necesario para lograr dicha ganancia es 4 años, 9 meses y 5 días.

### c. Tasa de interés

1. ¿A qué tasa de interés anual un capital de \$ 5 800 tendrá como valor futuro \$ 6 260,50 en 1 año, 2 meses y 3 días?

#### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_f = 6\,260,50$	$V_f = 460,50$
$V_a = 5\,800$	$V_a = 5\,800$
$n = 1 \text{ año, } 2 \text{ meses y } 3 \text{ días}$	$n = 423 \text{ días} = \frac{423}{360} \text{ años}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$i = \frac{\frac{V_f}{V_a} - 1}{n} \Rightarrow i = \frac{\frac{6\,260,50}{5\,800} - 1}{\frac{423}{360}}$$

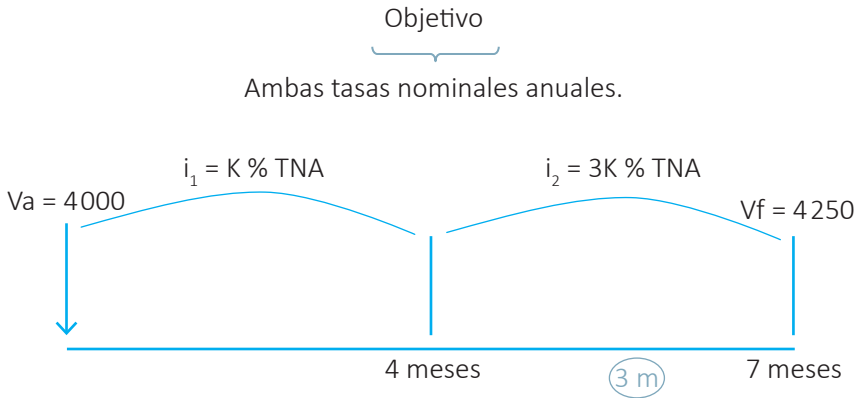
$$i = 0,0675 \times 100 \% = 6,75 \%$$

Interpretación: La tasa nominal anual necesaria es 6.75 %.

2. Un crédito personal abierto con \$ 4000, triplica su tasa de interés anual a los 4 meses, cancelándose la cuenta a los 7 meses con un valor final de \$ 4250. Determine ambas tasas de interés.

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$n_1 = 4 \text{ meses}$	$n_1 = \frac{4}{12} \text{ años}$
$n_2 = 3 \text{ meses}$	$n_2 = \frac{3}{12} \text{ años}$
$Va = 4\ 000$	
$Vf = 4\ 250$	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$Vf = Va \times (1 + n_1 \times i_1 + n_2 \times i_2)$$

$$4\ 250 = 4\ 000 \times \left(1 + \frac{4}{12} \times K\% + \frac{3}{12} \times 3K\%\right)$$

$$4\ 250 = 4\ 000 \times \left(1 + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} \times 3\right) \times K\%$$

$$4\ 250 = 4\ 000 \times \left(1 + \frac{13}{12} K\%\right) \Rightarrow K\% = \left(\frac{4250}{4000} - 1\right) \left(\frac{12}{13}\right)$$

$$K\% = 0,057692 \times 100\% = 5,7692\%$$

$$3K\% = 3 \times 5,7692\% = 17,3076\%$$

Interpretación: La TNA del primer periodo es 5,77 %, y la del segundo periodo es 17,31 %.





### 1.1.5 Ecuación de valor

Tomando como base el concepto genérico de ecuación, se tendrá entonces una igualdad de miembros en los que viene plasmado el planteamiento de una situación real; esto con la finalidad de encontrar el valor de una o más incógnitas.

Consecuente a ello, una ecuación de valor es una igualdad de miembros, donde uno de ellos es el ingreso y el otro el egreso, la entrada y la salida, el depósito y el retiro, los préstamos y los pagos, etc., y se desea encontrar el valor de una o más variables. Una característica indispensable en estas ecuaciones es la ubicación de una fecha focal; es decir, la fecha guía o referencial para efectos de considerar el interés que ha de generarse por el dinero invertido. En la mayoría de casos la fecha focal se coloca al final de la línea de tiempo; sin embargo, esta fecha puede ir en cual parte de la línea de tiempo, no viéndose afectado el resultado.

En un pequeño ejemplo se tendrá una cuenta de ahorros que se abre al 5 % nominal anual, el 15 de mayo, con 5000; se ve afectada por las siguientes transacciones: el 10 de junio vuelve a depositar 3000 y el 20 de junio retira 1000. ¿Con cuánto dinero se cierra la cuenta de ahorros el 10 de julio?

Para dar solución a este caso se tiene que determinar cuáles son las entradas y cuáles son las salidas. Las entradas vienen determinadas por los depósitos realizados por el cliente, mientras que las salidas serán los retiros realizados por el mismo hasta el cierre de cuenta.

Luego, al ubicar la fecha focal al final de la línea de tiempo, convenientemente para el caso, ya que en ese punto se encuentra la variable, todas las transacciones deberán dirigirse hasta el final de la línea de tiempo con el apoyo del valor futuro. De no ser así, tendrá que retroceder hacia la fecha focal, con apoyo del valor actual y la homogenización correspondiente en todo momento.

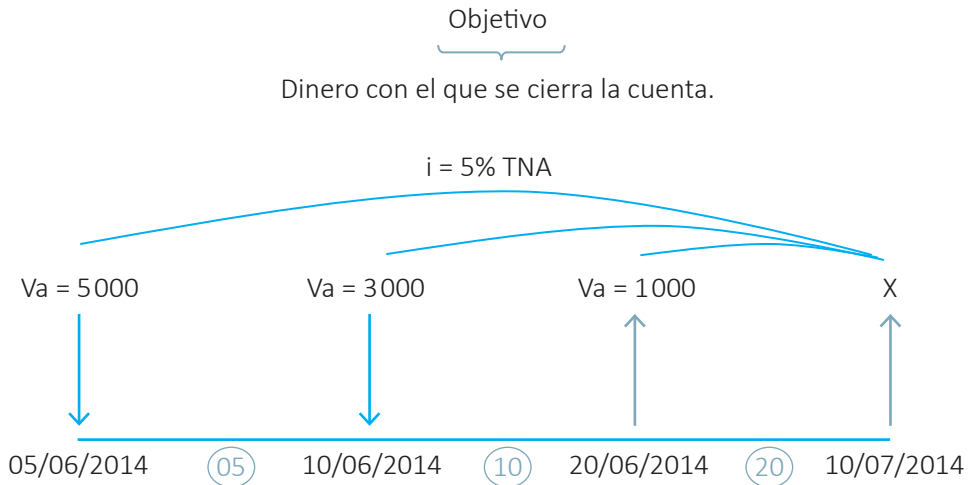
Las demás operaciones se realizarán como con cualquier ecuación, bajo las estrictas reglas de las matemáticas y del álgebra en especial, materia a la cual pertenece; como es común en la realidad, los casos son con decimales, raíces, potencias a gran escala, etc. Para ello, se cuenta con el apoyo indispensable de cualquier dispositivo electrónico.

## A. Ejemplos de ecuación de valor

1. Se tiene una cuenta de ahorros que se abre al 5 % nominal anual el 05 de junio, con \$ 5 000. Se ve afectada por las siguientes transacciones: el 10 de junio vuelve a depositar \$ 3 000 y el 20 de junio retira \$ 1 000. ¿Con cuánto dinero se cierra la cuenta de ahorros el \$ 10 de julio?

### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Entradas: 5 000 – 35 días 3 000 – 30 días	$i = \frac{5\%}{360} \text{ TND}$
Salidas: 1 000 – 20 días X – Fecha focal	
$i = 5\% \text{ TNA}$	

Proceso: Elaboramos la ecuación de valor.

$$5\,000 \left( 1 + \frac{5\%}{360} \times 35 \right) + 3\,000 \left( 1 + \frac{5\%}{360} \times 30 \right) = 1\,000 \left( 1 + \frac{5\%}{360} \times 20 \right) + X$$

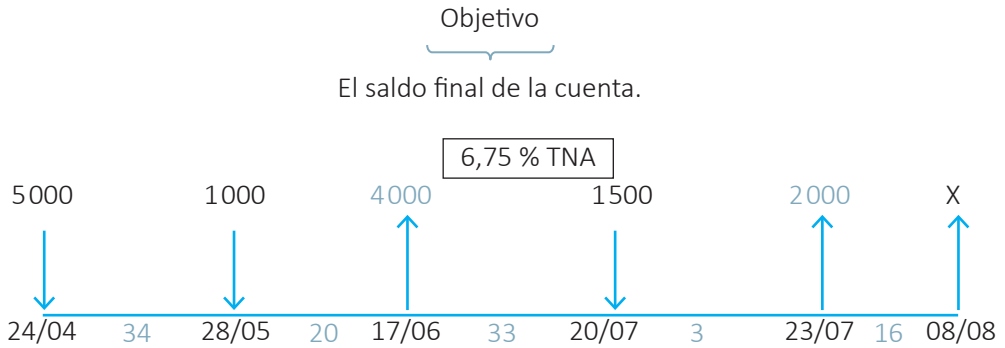
$$X = 7\,034,0278$$

Interpretación: La cuenta de ahorros se cerrará con \$ 7 034,03.

2. Una cuenta de ahorros abierta el 24 de abril con un depósito inicial de \$ 5000, tiene el siguiente movimiento: día 28 de mayo, depósito de \$ 1000; día 17 de junio, retiro de \$ 4000; día 20 de julio, depósito de \$ 1500; día 23 de julio, retiro de \$ 2000. Determinar el saldo final de la cuenta al 8 de agosto del mismo año, si la tasa de interés fue 6,75 % anual.

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Entradas: 5 000 - 106 días	$i = \frac{6,75 \%}{360} \text{ TND}$
1 000 - 72 días	
1 500 - 19 días	
Salidas: 4 000 - 52 días	
2 000 - 16 días	
X - Fecha focal	
$i = 6,75 \% \text{ TNA}$	

Proceso: Se elabora la ecuación de valor.

$$5\,000 \left( 1 + 106 \times \frac{6,75 \%}{360} \right) + 1\,000 \left( 1 + 72 \times \frac{6,75 \%}{360} \right) + 1\,500 \left( 1 + 19 \times \frac{6,75 \%}{360} \right)$$

$$= 4\,000 \left( 1 + 52 \times \frac{6,75 \%}{360} \right) + 2\,000 \left( 1 + 16 \times \frac{6,75 \%}{360} \right) + X$$

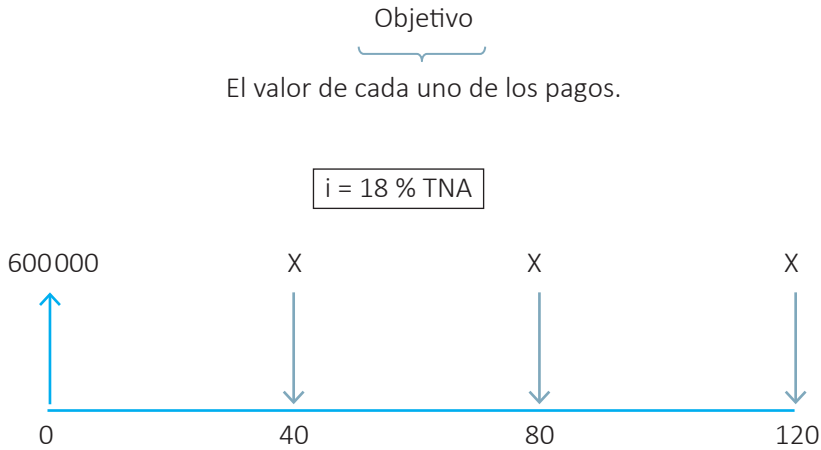
$$X = 1\,623,8438$$

Interpretación: El saldo final de la cuenta es: \$ 1623,84.

3. Una deuda por \$ 600 000 se liquida con tres pagos iguales a 40, 80 y 120 días, respectivamente. Determinar el valor de cada uno de los pagos, a un interés del 18 % anual. La fecha focal se ubica en el día 120.

### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Entradas: X - 40 días X - 80 días X - 120 días	$i = \frac{18\%}{360} \text{ TND}$
Salidas: 600 000 $i = 18\% \text{ TNA}$	

Proceso: Se elabora la ecuación de valor.

$$600\,000 = X \left( 1 + 40 \times \frac{18\%}{360} \right)^{-1} + X \left( 1 + 80 \times \frac{18\%}{360} \right)^{-1} + X \left( 1 + 120 \times \frac{18\%}{360} \right)^{-1}$$

$$600\,000 = X \left[ \left( 1 + 40 \times \frac{18\%}{360} \right)^{-1} + \left( 1 + 80 \times \frac{18\%}{360} \right)^{-1} + \left( 1 + 120 \times \frac{18\%}{360} \right)^{-1} \right]$$

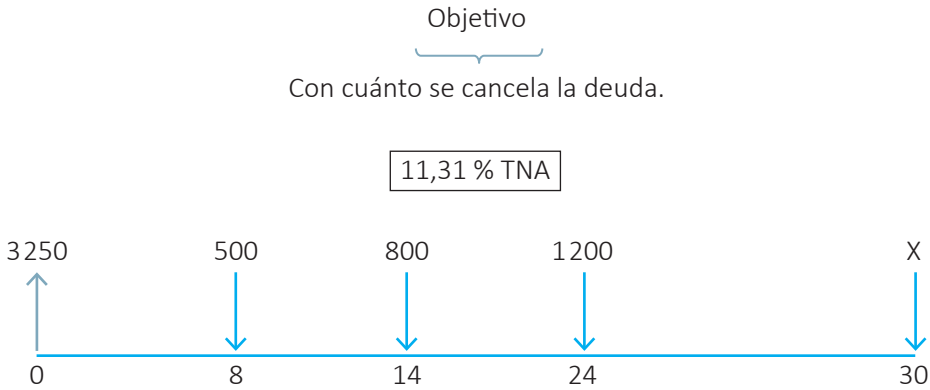
$$X = 207\,948,712$$

Interpretación: El valor de cada uno de los pagos es: \$ 207948,71

4. Una empresa agropecuaria adquiere una deuda cancelable en dos años y medio por \$ 3250, para la compra de un tractor. La empresa adelanta \$ 500 a los ocho meses, \$ 800 seis meses después, y a los dos años \$ 1200. Si el banco establece una tasa del 11.31 % anual, determinar con cuánto se cancela la deuda, si la fecha focal se ubica al final de plazo.

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Entradas: 500 – 22 meses 800 – 16 meses 1200 – 6 meses	$i = \frac{11,31\%}{12} \text{ TNM}$
Salidas: 3 250 – 30 meses $i = 11,31\% \text{ TNA}$	

Proceso: Se elabora la ecuación de valor.

$$3\,250 \left[ 1 + (30) \left( \frac{11,31\%}{12} \right) \right] = 500 \left[ 1 + (22) \left( \frac{11,31\%}{12} \right) \right] + 800 \left[ 1 + (16) \left( \frac{11,31\%}{12} \right) \right] + 1\,200 \left[ 1 + (6) \left( \frac{11,31\%}{12} \right) \right] + X$$

$$X = 1\,376,7625$$

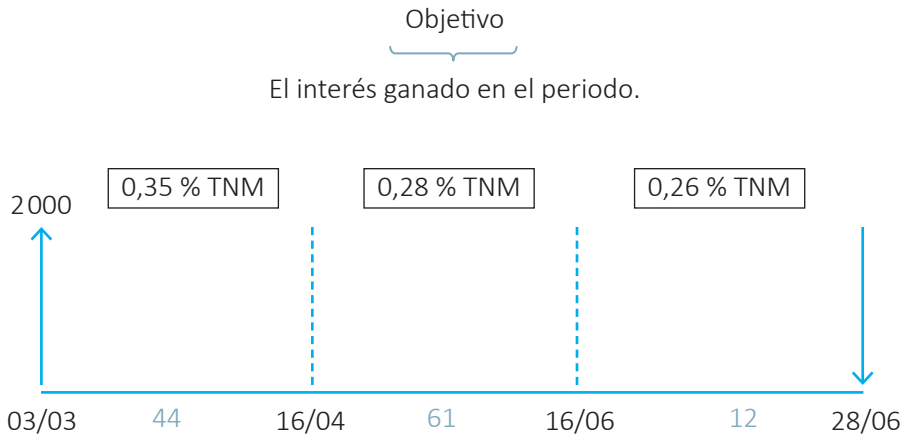
Interpretación: La deuda se cancela con: \$ 1376,76.

### 1.1.6 Cambios de tasa de interés en el periodo

1. ¿Qué interés habrá ganado una inversión de \$ 2000 colocada desde el 3 de marzo, al 28 de junio del mismo año a una tasa mensual de 0,35 %, la cual varió el 16 de abril al 0,28 % y 0,26 % el 16 de junio?

#### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_a = 2\,000$	$V_a = 2\,000$
Cada $i$ con su respectiva $n$	Cada $i$ con su respectiva $n$
$i_1 = 0,35\% \text{ TNM} \Rightarrow n_1 = 44 \text{ días}$	$i_1 = \frac{0,35\%}{30} \text{ TND} \Rightarrow n_1 = 44 \text{ días}$
$i_2 = 0,28\% \text{ TNM} \Rightarrow n_2 = 61 \text{ días}$	$i_2 = \frac{0,28\%}{30} \text{ TND} \Rightarrow n_2 = 61 \text{ días}$
$i_3 = 0,26\% \text{ TNM} \Rightarrow n_3 = 12 \text{ días}$	$i_3 = \frac{0,26\%}{30} \text{ TND} \Rightarrow n_3 = 12 \text{ días}$

Proceso: Elaboramos la ecuación de valor.

$$I = 2\,000 \times \left[ (44) \left( \frac{0,35\%}{30} \right) + (61) \left( \frac{0,28\%}{30} \right) + (12) \left( \frac{0,26\%}{30} \right) \right]$$

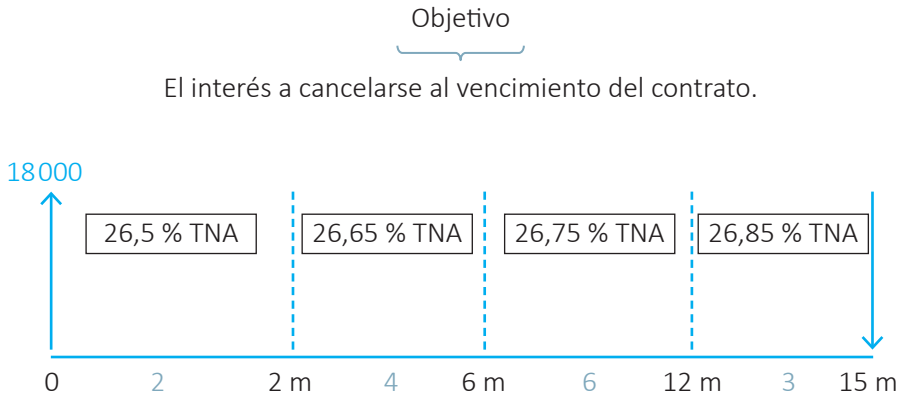
$$I = 23,73$$

Interpretación: El interés ganado en el periodo es \$ 23,73.

2. Se ha suscrito un contrato de crédito por \$ 18 000, para pagarlo dentro de 15 meses. La entidad financiera estableció las siguientes tasas de interés: 26,5 % durante 2 meses, 26,65% durante 4 meses, 26,75% durante 6 meses y 26,85% durante 3 meses. ¿Qué interés deberá cancelarse al vencimiento del contrato?

**Solución**

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_a = 18\,000$	$V_a = 18\,000$
Cada $i$ con su respectiva $n$ .	Cada $i$ con su respectiva $n$ .
$i_1 = 26,50\% \text{ TNA} \Rightarrow n_1 = 2 \text{ meses}$	$i_1 = \frac{26,50\%}{12} \text{ TNM} \Rightarrow n_1 = 2 \text{ meses}$
$i_2 = 26,65\% \text{ TNA} \Rightarrow n_2 = 4 \text{ meses}$	$i_2 = \frac{26,65\%}{12} \text{ TNM} \Rightarrow n_2 = 4 \text{ meses}$
$i_3 = 26,75\% \text{ TNA} \Rightarrow n_3 = 6 \text{ meses}$	$i_3 = \frac{26,75\%}{12} \text{ TNM} \Rightarrow n_3 = 6 \text{ meses}$
$i_4 = 26,85\% \text{ TNA} \Rightarrow n_4 = 3 \text{ meses}$	$i_4 = \frac{26,85\%}{12} \text{ TNM} \Rightarrow n_4 = 3 \text{ meses}$

Proceso: Se elabora la ecuación de valor.

$$I = 18\,000 \times \left[ (2) \left( \frac{26,5\%}{12} \right) + (4) \left( \frac{26,65\%}{12} \right) + (6) \left( \frac{26,75\%}{12} \right) + (3) \left( \frac{26,85\%}{12} \right) \right]$$

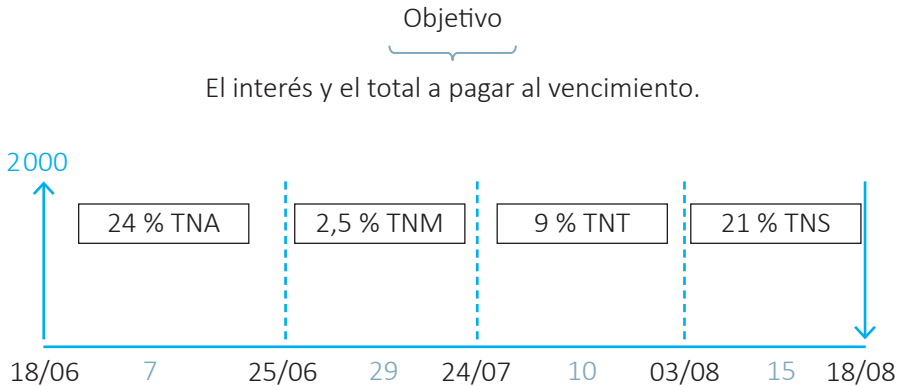
$$I = 6\,009,75$$

Interpretación: El interés a cancelarse al vencimiento del contrato es 6009,75.

3. Una deuda de \$ 2000, contraída el 18 de junio para ser cancelada el 18 de agosto y pactada originalmente a una tasa anual de interés del 24 %, sufre las siguientes variaciones: día 25, de junio 2,5 % mensual; día 24 de julio, 9 % trimestral; día 3 de agosto, 21 % semestral. ¿Qué interés se pagará al vencimiento? ¿Cuál es el total a pagar al final del periodo?

### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_a = 2000$	$V_a = 2000$
Cada $i$ con su respectiva $n$ .	Cada $i$ con su respectiva $n$ .
$i_1 = 24 \% \text{ TNA} \Rightarrow n_1 = 7 \text{ días}$	$i_1 = \frac{24 \%}{360} \text{ TND} \Rightarrow n_1 = 7 \text{ días}$
$i_2 = 2,5 \% \text{ TNM} \Rightarrow n_2 = 29 \text{ días}$	$i_2 = \frac{2,5 \%}{30} \text{ TND} \Rightarrow n_2 = 29 \text{ días}$
$i_3 = 9 \% \text{ TNT} \Rightarrow n_3 = 10 \text{ días}$	$i_3 = \frac{9 \%}{90} \text{ TND} \Rightarrow n_3 = 10 \text{ días}$
$i_4 = 21 \% \text{ TNS} \Rightarrow n_4 = 15 \text{ días}$	$i_4 = \frac{21 \%}{180} \text{ TND} \Rightarrow n_4 = 15 \text{ días}$

Proceso: Elaboramos la ecuación de valor.

$$I = 2000 \times \left[ 7 \times \frac{24 \%}{360} + 29 \times \frac{2,5 \%}{30} + 10 \times \frac{9 \%}{90} + 15 \times \frac{21 \%}{180} \right]$$

$$V_f = 2000 \times \left[ 1 + 7 \times \frac{24 \%}{360} + 29 \times \frac{2,5 \%}{30} + 10 \times \frac{9 \%}{90} + 15 \times \frac{21 \%}{180} \right] = 2112,67$$

Interpretación: El ingreso y monto total a pagar al final del periodo es \$ 112,67 y \$ 2112,67 respectiva y consecuentemente.



## Problemas propuestos

### A. En función del interés

#### Interés simple

1. El Sr. Farfán abre una cuenta de ahorros en Banco Pío-Fácil con \$ 8500, a un plazo fijo de dos años y medio, al 5 % de interés simple trimestral. ¿Cuál será el interés simple obtenido al final del periodo?
2. La señorita Aponte retira de su tarjeta de crédito 7500 el día de hoy; veinte días después, vuelve a retirar 500. Si la tasa nominal cuatrimestral aplicada a la tarjeta es del 6,7 % ¿A cuánto asciende el interés total de dicha deuda, si cancela la tarjeta a los 55 días?
3. Se realizan dos retiros de efectivo de 400, cada uno en la fechas del 15 de marzo y 30 de junio, de una cuenta de ahorros abierta el 07 de enero con 8000, al 5,3 % TNA. ¿Cuál es el interés obtenido al cierre de la cuenta, el 31 de octubre?

#### Capital

1. Al cierre de una cuenta a plazo fijo de 400 días, se obtuvo 40 al 4% TNC. Determine el capital depositado.
2. Se obtienen dos intereses de \$ 700 y \$ 600, por dos depósitos realizados en dos cuentas al mismo tiempo, hace 7 meses, al 5 % TNB; y el segundo hace 13 meses, al 8 % TNS, respectivamente. Determine la suma total depositada en ambas cuentas.
3. La entidad financiera Este-Chanta abre una cuenta de ahorros al Sr. Manuel, al 5.3 % anual, por un capital de \$ 15 000, el 10 de mayo del año en curso. Si el 10 de julio retira la mitad de los intereses ganados, el 20 de agosto retira la tercera parte de los intereses acumulados hasta entonces y el 10 octubre retira el total de los intereses, ¿a cuánto ascienden dichos retiros y los intereses en total?

#### Periodo

1. Por un capital de \$ 7000 depositado al 7 % trimestral, se ha ganado \$ 70 de interés. ¿En cuánto tiempo se logró dicha ganancia?
2. Se logra un interés de 900 en un determinado tiempo, por una inversión de 7800, considerando que en un tercio de tiempo del periodo la tasa de interés cambió de 5 % TNS a 8 % TNA.
3. ¿En cuánto tiempo un capital invertido al 5.1% anual, obtendrá como interés la mitad de lo invertido?

### Tasa de interés

1. ¿A qué tasa de interés anual, un capital de 8500 tendrá como interés 640,50 en 3 años, 2 meses y 1 día?
2. Un crédito personal abierto con 9000, triplica su tasa de interés anual a los 4 meses, cancelándose la cuenta a los 9 meses con un interés simple de 350. Determine ambas tasas de interés.
3. Entre el 15 de mayo y el 23 de agosto del mismo año, se ha obtenido en intereses la quinta parte del capital. ¿Cuál es la tasa nominal semestral necesaria?

### B. En función del valor futuro

#### El valor futuro

1. El Sr. Jiménez abre una cuenta de ahorros en Banco TenderSan con 8500, a un plazo fijo de un año y medio, al 7 % de interés simple semestral. ¿Cuál será el valor futuro simple obtenido al final del periodo?
2. La señora Garay retira de su tarjeta de crédito \$ 750 el día de hoy, y veinte días después vuelve a retirar \$ 920. Si la tasa nominal bimestral aplicada a la tarjeta es del 1,75 %, ¿a cuánto asciende el valor final de dicha deuda, si cancela la tarjeta a los 65 días?
3. Se realizan dos retiros de efectivo de \$ 400 cada uno, en las fechas del 15 de abril y 20 de junio, de una cuenta de ahorros abierta el 07 de marzo con \$ 4900, al 5,3 % TNA. ¿Cuál es el monto acumulado al cierre de la cuenta el 31 de diciembre?

#### Capital

1. Al cierre de una cuenta a plazo fijo de 500 días, se obtuvo \$ 550 de monto acumulado, al 5 % TNT. Determine el capital depositado al inicio.
2. Se obtienen dos intereses de \$ 700 y \$ 600, por dos depósitos realizados en dos cuentas al mismo tiempo, hace 6 meses, al 5 % TNB; y el segundo, hace 11 meses, al 7 % TNA, respectivamente. Determine la suma total depositada en ambas cuentas.
3. La entidad financiera DineroSur abre una cuenta de ahorros al Sr. Rengifo al 6 % anual, por un capital de \$ 25 000, el 12 de junio del año en curso. Si el 28 de julio retira la mitad del monto acumulado, el 31 de agosto retira la tercera parte del total acumulado hasta entonces, y el 01 octubre retira el total de los ahorros, ¿a cuánto ascienden dichos retiros y el monto total retirado al final?

### Periodo

1. Por un capital de \$ 6000 depositado al 5 % bimestral, se ha ganado \$ 8060 de interés. ¿En cuánto tiempo se logró dicha ganancia?
2. Se logra un monto acumulado de \$ 9700 en un determinado tiempo, por una inversión de \$ 7700, considerando que a la mitad del periodo la tasa de interés cambio de 5 % TNC a 7 % TNS. Determine el periodo considerado.
3. ¿En cuánto tiempo un capital invertido al 4.5 % cuatrimestral, obtendrá como valor futuro los  $\frac{5}{2}$  de lo invertido?

### Tasa de interés

1. ¿A qué tasa de interés anual un capital de \$ 4800 tendrá como valor futuro \$ 6500 en 1 año, 2 meses y 3 días?
2. Un crédito personal abierto con \$ 5300 triplica su tasa de interés anual a los 3 meses, cancelándose la cuenta a los 10 meses con un valor final de \$ 7770. Determine ambas tasas de interés.
3. Entre el 02 de abril y el 19 de julio del mismo año, se ha obtenido como monto acumulado las siete cuartas partes del capital. ¿Cuál es la tasa nominal trimestral necesaria?

### Ecuación de valor

1. Se tiene una cuenta de ahorros que se abre al 5 % nominal anual, el 05 de junio, con \$ 7000, y se ve afectada por las siguientes transacciones: el 11 de junio se vuelve a depositar la suma de \$ 3000, y el 22 de junio se retira \$ 1000. ¿Con cuánto dinero se cierra la cuenta de ahorros el 30 de julio?
2. Una cuenta de ahorros abierta el 24 de marzo con un depósito inicial de \$ 55 000, tiene el siguiente movimiento: día 18 de mayo depósito de \$ 1000; el día 27 de junio, hace un retiro de \$ 4 000; el día 25 de julio, depósito de \$ 1 500; día 28 de julio, retiro de \$ 2 000. Determinar el saldo final de la cuenta al 28 de agosto del mismo año, si la tasa de interés fue 7.5 % anual.
3. Una empresa agropecuaria adquiere una deuda cancelable en dos años y medio por \$ 3050 para la compra de un tractor. La empresa adelanta \$ 400 a los ocho meses, \$ 900 seis meses después, y a los dos años \$ 1000. Si el banco establece una TNS del 10.30 %, determinar con cuánto se cancela la deuda.

### Cambios de tasa de interés en el periodo

1. ¿Qué interés habrá ganado una inversión de \$ 20 000, colocado desde el 3 de febrero al 28 de junio del mismo año, a una tasa bimestral de 1,35 %, la cual varió el 16 de abril al 2,28% y 3,04 % el 16 de junio?
2. Se ha suscrito un contrato de crédito por \$ 18 000 para pagarlo dentro de 25 meses, y la entidad financiera estableció las siguientes tasas trimestrales: 6,5 % durante 3 meses, 6,65 % durante 6 meses, 6,75 % durante 9 meses y 6,85 % durante 7 meses. ¿Qué interés deberá cancelarse al vencimiento del contrato?
3. Una deuda de \$ 32 000 contraída el 18 de junio para ser cancelada el 28 de agosto, y pactada originalmente a una tasa anual de interés del 24 %, sufre las siguientes variaciones: día 30 de junio, 2,5 % mensual; día 19 de julio, 9 % trimestral; día 13 de agosto, 21 % semestral. ¿Qué interés se pagará al vencimiento? ¿Cuál es el total a pagar al final del periodo?

## 1.2 Interés compuesto

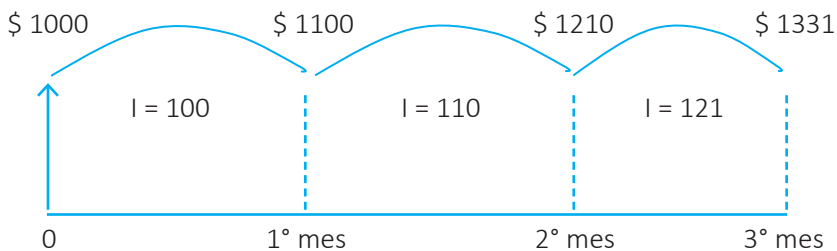
### 1.2.1 Conceptos

Al igual que el interés simple, se refiere a los intereses que produce un capital inicial en un periodo de tiempo; pero en este caso, sí se acumula al capital para producir los intereses del siguiente periodo. A esta acumulación se le denomina capitalización, generándose un interés mayor en cada periodo de capitalización.

En este tipo de proceso ya no se tendrá el interés simple con tasa nominal, debido a que dejará de serlo al momento de la capitalización, convirtiéndose de esta forma en interés compuesto con tasa efectiva. Por esta razón, infiero el término de interés compuesto, debido a que las tasas nominales estarán compuestas, capitalizadas o con frecuencias en determinadas unidades de tiempo.

Es lógico y demostrable que este interés reituará mayores cantidades en un tiempo mayor a la capitalización, por lo que es necesario tener cuidado con las nominaciones de las tasas al momento de resolver un caso.

En el caso empírico básico, propuesto y resuelto en el capítulo anterior, con el ejemplo de una persona que realiza un préstamo de 1 000 unidades monetarias (dólares) al 10 % por mes (TEM). Ya que la tasa se efectiviza mensualmente, entonces los intereses se capitalizarán de manera mensual, según la siguiente línea de tiempo:



El primer mes ganaría 100 y, al capitalizarse, se tendrá el capital de 1100; el 10 % de este es 110, y sumado su capital será 1210, que ahora será el nuevo capital. Su interés es 121, que sumado a su capital dará 1331.

Luego, la fórmula para determinar el valor futuro en el interés compuesto es:

$$V_f = V_a (1+i)^n$$

$$V_f = 1\,000(1 + 10\%)^3$$

$$V_f = 1\,331$$

Como se puede observar, el capital ha ido incrementándose según la capitalización realizada, en este caso mensualmente, por lo que al final del periodo se tuvo un monto mayor que en el interés simple.

#### Ejemplos:

1.  $V_a = 5\,000$

$$n = 6 \text{ bimestres} = 1 \text{ año (Él)}$$

$$i = 9\% \text{ tasa efectiva anual (Ella)}$$

$$V_f = 5\,000(1 + 9\%)^1$$

$$V_f = 5\,450$$

2.  $V_a = 8\,080$

$$n = 10 \text{ trimestres} = 10 \times \frac{3}{2} = 15 \text{ bimestres (Él)}$$

$$i = 2\% \text{ tasa efectiva bimestral (Ella)}$$

$$V_f = 8\,080(1 + 2\%)^{15}$$

$$V_f = 10\,874,50$$

3.  $V_a = 10\,000$

$$n = 20 \text{ semanas} = 20 \times 7 = 140 \text{ días (Él)}$$

$$i = 0,1\% \text{ TED (Ella)}$$

$$V_f = 10\,000(1 + 0,1\%)^{140}$$

$$V_f = 11\,501,93$$

4.  $V_a = 369\,000$

$$n = 95 \text{ días} = \frac{95}{360} \text{ años (Él)}$$

$$i = 15\% \text{ TEA (Ella)}$$

$$V_f = 369\,000(1 + 15\%)^{95/360}$$

$$V_f = 382\,863,40$$

Este es el punto en que se vuelve a increpar sobre el uso de la homogenización en los factores de la tasa de interés y el periodo. Claro está que, como todavía no se maneja la conversión de tasas efectivas o de tasas efectivas a nominales y viceversa, solo se ha convertido al periodo, generando una forma muy unilateral y limitada en la solución de problemas, ya que como se ha observado en algunos problemas de interés simple (ahora materia de estudio en interés compuesto, pero con tasas efectivas), la conversión de una sola tasa de interés puede minimizar el tiempo de desarrollo, y en otros casos, ser la única manera viable, eficiente o eficaz de darle solución.

En este subcapítulo se van a tratar todos los problemas resueltos y propuestos en el subcapítulo de interés simple, y serán resueltos considerando a las tasas como efectivas o como nominales con capitalización determinada; esto a fin de que el lector pueda realizar un análisis comparativo de los resultados obtenidos en ambos casos, y llegar a conclusiones empíricas sujetas a la lógica y la demostración inclusiva.

Se sabe que el propósito de la homogenización es igualar las unidades de tiempo de la tasa de interés y del periodo, y como usted ya sabe convertir al periodo, solo faltaría la tasa de interés. El asunto es que en esta ocasión no se trata solo de tasas nominales, sino de que estas vienen acompañadas de capitalizaciones. Luego, la combinación de estas va a generar una tasa efectiva.

El propósito ahora será cómo convertir una tasa nominal con capitalización a una efectiva, pasar de una efectiva quitándole la capitalización a nominal, y convertir de una tasa efectiva a otra en diferentes unidades de tiempo. Para completar el aprendizaje y darle un marco de conocimientos previos, se incluyen en este diagrama conversiones de tasas nominales a nominales en diferentes unidades de tiempo.

### 1.2.2 Homogenización – Cuadro de conversión de tasas

Tasa nominal a Tasa nominal

$$\text{TNB } 5\% \Rightarrow \text{TNT} = 5\% \times \frac{3}{2} = 7,5\%$$

$$\text{TNC } 7\% \Rightarrow \text{TNS} = 7\% \times \frac{6}{4} = 10,5\%$$

$$\text{TNA } 9\% \Rightarrow \text{TND} = 9\% \times \frac{1}{360} = 0,025\%$$

$$\text{TNM } 2\% \Rightarrow \text{TNQ} = 2\% \times \frac{15}{30} = 1\%$$

$$\text{TN} = \text{TN} \times \left( \frac{\text{K}}{\text{T}} \right)$$

Tasa nominal a Tasa efectiva  
Capitalización

$$\text{TNT}^3 5\% \Rightarrow \text{bimestral}^2 \Rightarrow \text{TEC}^4 = \left(1 + \frac{5\%}{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{4}{2}} - 1$$

$$\text{TNC}^4 7\% \Rightarrow \text{trimestral}^3 \Rightarrow \text{TEA}^{12} = \left(1 + \frac{5\%}{\frac{4}{2}}\right)^{\frac{12}{3}} - 1$$

$$\text{TNM}^{30} 2\% \Rightarrow \text{semanal}^7 \Rightarrow \text{TEQ}^{15} = \left(1 + \frac{5\%}{\frac{30}{7}}\right)^{\frac{15}{3}} - 1$$

$$\text{TE} = \left(1 + \frac{\text{TN \%}}{\frac{N}{C}}\right)^{\frac{E}{C}} - 1$$

Tasa efectiva a Tasa nominal  
Capitalización

$$\text{TEC}^4 5\% \Rightarrow \text{bimestral}^2 \Rightarrow \text{TNT}^3 = \left(\sqrt[2]{5\% + 1} - 1\right) \left(\frac{3}{2}\right)$$

$$\text{TEA}^{12} 7\% \Rightarrow \text{trimestral}^3 \Rightarrow \text{TNC}^4 = \left(\sqrt[3]{5\% + 1} - 1\right) \left(\frac{4}{3}\right)$$

$$\text{TEQ}^{15} 2\% \Rightarrow \text{semanal}^7 \Rightarrow \text{TNM}^{30} = \left(\sqrt[7]{5\% + 1} - 1\right) \left(\frac{30}{7}\right)$$

$$\text{TN} = \left(\sqrt[\frac{E}{C}]{\text{TE \%} + 1} - 1\right) \left(\frac{N}{C}\right)$$

Tasa efectiva a Tasa efectiva

$$\text{TEB } 5\% \Rightarrow \text{TET} = (1 + 5\%)^{\frac{3}{2}} - 1$$

$$\text{TEC } 7\% \Rightarrow \text{TES} = (1 + 7\%)^{\frac{6}{4}} - 1$$

$$\text{TEA } 9\% \Rightarrow \text{TED} = (1 + 9\%)^{\frac{1}{360}} - 1$$

$$\text{TEM } 2\% \Rightarrow \text{TEQ} = (1 + 2\%)^{\frac{15}{30}} - 1$$

$$\text{TE} = (1 + \text{TE \%})^{\frac{K}{T}} - 1$$



## Ejercicios de conversión de tasas

De tasa nominal a tasa nominal.

$i = 15\%$ trimestral	bimestral
$i = 11\%$ semestral	bimestral
$i = 7\%$ cuatrimestral	cuatrimestral
$i = 8\%$ trimestral	bimestral
$i = 15\%$ anual	semestral
$i = 11\%$ semestral	bimestral
$i = 7\%$ cuatrimestral	cuatrimestral
$i = 8\%$ anual	bimestral
$i = 8\%$ semestral	trimestral
$i = 14\%$ anual	cuatrimestral
$i = 13\%$ anual	diaria
$i = 7\%$ semestral	bimestral
$i = 5\%$ cuatrimestral	cuatrimestral

De tasa nominal a tasa efectiva

Tasa nominal	Capitalización	Tasa efectiva
18 % anual	mensual	trimestral
36 % cuatrimestral	bimestral	cuatrimestral
33 % cuatrimestral	quincenal	semestral
10 % trimestral	mensual	mensual
10 % bimestral	semanal	mensual
35 % mensual	mensual	cuatrimestral
15 % anual	bimestral	semestral
18 % trimestral	bimestral	trimestral
20 % mensual	diaria	mensual
13 % mensual	diaria	anual
18 % anual	diaria	mensual
36 % cuatrimestral	bimestral	cuatrimestral
33 % trimestral	semanal	anual

De tasa efectiva a tasa nominal

Tasa efectiva	Capitalización	Tasa nominal
15 % trimestral	mensual	anual
32 % cuatrimestral	bimestral	semestral
37 % semestral	trimestral	cuatrimestral
16 % mensual	mensual	trimestral
20 % mensual	quincenal	bimestral
10 % cuatrimestral	mensual	mensual
36 % semestral	bimestral	anual
33 % trimestral	semanal	trimestral
25 % mensual	diaria	anual
37 % anual	mensual	anual
15 % trimestral	mensual	anual
32 % bimestral	diaria	cuatrimestral
37 % semestral	quincenal	cuatrimestral

De tasa efectiva a tasa efectiva

Tasa efectiva	Tasa efectiva
$i = 15\%$ trimestral	anual
$i = 11\%$ semestral	bimestral
$i = 7\%$ cuatrimestral	anual
$i = 8\%$ trimestral	semanal
$i = 15\%$ anual	semestral
$i = 11\%$ semestral	bimestral
$i = 7\%$ cuatrimestral	anual
$i = 8\%$ anual	bimestral
$i = 8\%$ semestral	trimestral
$i = 14\%$ anual	cuatrimestral
$i = 13\%$ anual	quincenal
$i = 7\%$ semestral	bimestral
$i = 5\%$ cuatrimestral	semestral

Aplicándolos en la fórmula de Interés compuesto, a un solo caso de las tres formas, es decir, convirtiendo la tasa de interés, el periodo o a ambos.

**Ejemplo:**

Se realiza un préstamo por 6500 dólares a 80 trimestres al 7,5 % cuatrimestral. Determine el interés a obtenerse.

**Solución****1. Convirtiendo la tasa**

$$V_a = 6\,500$$

$$n = 80 \text{ trimestres}$$

$$i = 7,5 \% \text{ TEC} = (1 + 7,5 \%)^{\frac{3}{4}} - 1 = 5,57 \% \Rightarrow \text{ATET}$$

(Se carga el resultado en la variable A)

$$V_f = 6\,500(1 + A)^{80} = 498\,220,06$$

**2. Convirtiendo el periodo**

$$V_a = 6\,500$$

$$n = 80 \text{ trimestres} = 80 \times \frac{3}{4} = 60 \text{ cuatrimestres}$$

$$i = 7,5 \% \text{ TEC}$$

$$V_f = 6\,500(1 + 7,5 \%)^{60} = 498\,220,06$$

**3. Convirtiendo a ambos**

$$V_a = 6500$$

$$n = 80 \text{ trimestres} = 80 \times 3 = 240 \text{ meses}$$

$$i = 7,5 \% \text{ TEC} = (1 + 7,5 \%)^{\frac{1}{4}} - 1 = 1,8244 \% \Rightarrow \text{BTEM}$$

$$V_f = 6\,500(1 + B)^{240} = 498\,220,06$$

Posteriormente, se realizará la conversión de acuerdo a la conveniencia de la situación o del dominio del financista.

Realice la misma operación pero con el uso de la unidad de tiempo día.

Se abre una cuenta de ahorros con \$ 20000 al 5 % TEB, a 29 semanas.

**1.  $V_a = 20\,000$** 

$$n = 29 \text{ semanas} = 29 \times \frac{7}{60} \text{ bimestres}$$

$$i = 5\% \text{ TEB}$$

$$V_f = 20\,000(1 + 5 \%)^{29 \times \frac{7}{60}}$$

$$V_f = 23\,589,59$$

2.  $V_a = 20\,000$   
 $n = 29$  semanas  
 $i = 5\% \text{ TEB} = (1 + 5\%)^{\frac{7}{60}} - 1 \Rightarrow A \text{ T.E.semanal}$   
 $V_f = 20\,000(1 + A)^{29}$   
 $V_f = 23\,589,59$
3.  $V_a = 20\,000$   
 $n = 29$  semanas =  $29 \times 7 = \text{días}$   
 $i = 5\% \text{ TEB} = (1 + 5\%)^{\frac{1}{60}} - 1 \Rightarrow \text{BTED}$   
 $V_f = 20\,000(1 + B)^{203}$   
 $V_f = 23\,589,59$

A modo de práctica, desarrolle los siguientes ejercicios de las otras dos formas y verifique la igualdad en los resultados:

1.  $V_a = 32\,000$   
 $i = 4\% \text{ TET}$   
 $n = 200$  días =  $200 \times \frac{1}{90}$  trimestres  
 $V_f = 20\,000(1 + 4\%)^{\frac{200}{90}}$
2.  $V_a = 3\,500$   
 $i = 5,6\% \text{ TNC}$   
 $n = 271$  días =  $271 \times \frac{1}{120}$  cuatrimestres  
 $V_f = 20\,000(1 + 5,6\%)^{\frac{271}{120}}$
3.  $V_a = 4\,000$   
 $N = 20$  semestres  
 $i = 14\% \text{ TEC} = (1 + 14\%)^{\frac{6}{4}} - 1 \Rightarrow \text{ATES}$   
 $V_f = 20\,000(1 + A)^{20}$
4.  $V_a = 9\,500$   
 $n = 23$  trimestres  
 $i = 4\% \text{ TEA} = (1 + 4\%)^{\frac{3}{12}} - 1 \Rightarrow \text{ATET}$   
 $V_f = 20\,000(1 + A)^{23}$
5.  $V_a = 12\,900$   
 $n = 16$  años  
 $i = 0,33\% \text{ TNM} = (1 + 0,33\%)^{\frac{360}{30}} - 1 \Rightarrow \text{ATNA}$   
 $V_f = 20\,000(1 + A)^{16}$

### 1.2.3 En función del Valor futuro

$$Vf = Va(1 + i)^n$$

$$Va = 5\,000$$

$$i = 6\% \text{ TNT}$$

$$i = (1 + 6\%)^{\frac{4}{3}} - 1 \Rightarrow A: \text{TNC}$$

$$n = 11 \text{ cuatrimestres}$$

$$Vf = (5\,000)[1 + A]^{11} = 11\,752$$

Valor actual

$$Va = \frac{Vf}{(1 + i)^n} = Vf(1 + i)^{-n}$$

$$Vf = 8\,000$$

$$n = 7 \text{ meses}$$

$$i = 2\% \text{ TNM}$$

$$Va = 8\,000(1 + 2\%)^{-7} = 6\,964,48$$

Tasa de interés

$$i = \sqrt[n]{\frac{Vf}{Va}} - 1$$

$$Va = 5\,000 \quad Vf = 5\,900 \quad i = ? \text{ TNA}$$

$$n = 6 \text{ meses} = 6 \times \frac{1}{12} \text{ años}$$

$$i = \sqrt[6]{\frac{5900}{5000}} - 1 = 0,3924 \times 100\%$$

$$i = 39,24\% \text{ TNA}$$

Periodo

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{Vf}{Va}\right)}{\text{Log}(1 + i)}$$

$$Va = 5\,000 \quad Vf = 7\,500 \quad n = ?$$

$$i = 3,25\% \text{ TNS}$$

$$\Rightarrow (1 + 3,25\%)^2 - 1 = 6,6\% \text{ TNA}$$

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{7500}{5000}\right)}{\text{Log}(1 + 6,6\%)} = 6,3387 \text{ años}$$

$$6,3387 = 6 \text{ años y } 0,3387 \times 12$$

$$4,0650 = 4 \text{ meses y } 0,0650 \times 30$$

$$1,9503 = 2 \text{ días}$$

Rpta: 6 años 4 meses y 2 días

## A. Ejercicios de repaso

1. Halle el valor futuro de un capital  $V_a$  depositado a una tasa de interés efectiva  $i$ , durante un periodo  $n$ .

$V_a = 3500$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ años
$V_a = 94000$	$i = 15\%$ anual	$n = 17$ meses
$V_a = 3870$	$i = 11\%$ semestral	$n = 31$ meses
$V_a = 6307,50$	$i = 8\%$ trimestral	$n = 7$ meses
$V_a = 3500$	$i = 15\%$ anual	$n = 50$ días
$V_a = 3870$	$i = 11\%$ semestral	$n = 301$ días
$V_a = 9256$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 94$ días
$V_a = 6307,50$	$i = 8\%$ anual	$n = 05$ julio - 20 agosto
$V_a = 16307,80$	$i = 8\%$ semestral	$n = 15$ marzo - 08 julio
$V_a = 89500,41$	$i = 14\%$ anual	$n = 11$ bimestres
$V_a = 8500,64$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ trimestres
$V_a = 6845$	$i = 7\%$ semestral	$n = 18$ años
$V_a = 456845$	$i = 5\%$ cuatrimestral	$n = 18$ trimestres
$V_a = 8812$	$i = 9\%$ trimestral	$n = 18$ bimestres

2. Se desea obtener el valor actual necesario para conseguir el monto determinado en cada uno de los casos, considerando la tasa de interés efectiva y el periodo respectivo.

$V_f = 13\ 500$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ años
$V_f = 840\ 410$	$i = 15\%$ anual	$n = 17$ meses
$V_f = 34\ 870$	$i = 11\%$ semestral	$n = 31$ meses
$V_f = 956$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 9$ meses
$V_f = 7307,50$	$i = 8\%$ trimestral	$n = 7$ meses
$V_f = 3500,31$	$i = 15\%$ anual	$n = 50$ días
$V_f = 5956,32$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 94$ días
$V_f = 78\ 307,50$	$i = 8\%$ anual	$n = 05$ mayo - 20 abril
$V_f = 26\ 307,80$	$i = 8\%$ semestral	$n = 15$ marzo - 08 setiembre
$V_f = 4950,41$	$i = 14\%$ anual	$n = 11$ bimestres
$V_f = 99\ 845$	$i = 7\%$ semestral	$n = 18$ bimestres
$V_f = 48\ 123,60$	$i = 5\%$ cuatrimestral	$n = 18$ trimestres
$V_f = 8812$	$i = 9\%$ trimestral	$n = 18$ bimestres

3. ¿Cuál será la tasa efectiva necesaria para que un capital  $V_a$  pueda generar un monto  $V_f$  en un periodo  $n$ ? La unidad de tiempo deseada de la tasa de interés efectiva viene en la última columna.

$V_a = 11\,941,69$	$V_f = 12\,172,48$	$n = 20$ trimestres	$\Rightarrow$ TES?
$V_a = 2080,11$	$V_f = 14\,701,22$	$n = 12$ bimestres	$\Rightarrow$ TET?
$V_a = 9043,47$	$V_f = 10\,622,44$	$n = 12$ años	$\Rightarrow$ TES?
$V_a = 8706,75$	$V_f = 8800,71$	$n = 12$ meses	$\Rightarrow$ TED?
$V_a = 3539,19$	$V_f = 12\,676,69$	$n = 13$ cuatrimestres	$\Rightarrow$ TET?
$V_a = 9413,51$	$V_f = 11\,942,58$	$n = 28$ bimestres	$\Rightarrow$ TEQ?
$V_a = 7977,29$	$V_f = 12\,128,36$	$n = 12$ cuatrimestres	$\Rightarrow$ TEM?
$V_a = 6852,83$	$V_f = 157\,484,1$	$n = 34$ meses	$\Rightarrow$ TEB?
$V_a = 2351,15$	$V_f = 10\,709,11$	$n = 27$ años	$\Rightarrow$ TED?
$V_a = 5399,98$	$V_f = 9497,03$	$n = 57$ días	$\Rightarrow$ TEA?
$V_a = 10\,024,41$	$V_f = 13\,648,43$	$n = 86$ semanas	$\Rightarrow$ TEC?
$V_a = 4918,14$	$V_f = 11\,315,87$	$n = 40$ años	$\Rightarrow$ TEC?

Toda tasa se multiplica por 100 y se le agrega el símbolo %.

4. ¿En cuánto tiempo un capital  $V_a$  generará un monto acumulado  $V_f$ , en cada uno de los siguientes casos, considerando una tasa de interés efectiva  $i$ ? Emitir el resultado en años, meses y días.

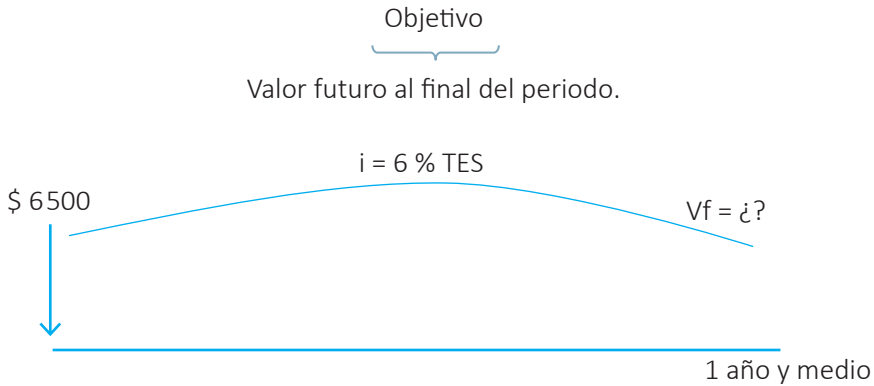
$V_a = 7516,44$	$V_f = 15\,144,27$	$i = 36\%$ semestral
$V_a = 10\,747,54$	$V_f = 11\,936,54$	$i = 22\%$ bimestral
$V_a = 5890,19$	$V_f = 16\,564,92$	$i = 39\%$ anual
$V_a = 10\,874,69$	$V_f = 11\,987,04$	$i = 39\%$ cuatrimestral
$V_a = 8155,78$	$V_f = 11\,380,28$	$i = 22\%$ anual
$V_a = 8475,83$	$V_f = 10\,761,34$	$i = 37\%$ anual
$V_a = 6376,45$	$V_f = 7847,15$	$i = 33\%$ mensual
$V_a = 6843,29$	$V_f = 9893,94$	$i = 22\%$ cuatrimestral
$V_a = 9289,89$	$V_f = 10\,649,21$	$i = 26\%$ semestral
$V_a = 8690,24$	$V_f = 14\,044,34$	$i = 35\%$ mensual

## B. Problemas resueltos de interés simple en función del valor futuro

1. El Sr. Jiménez abre una cuenta de ahorros en Banco TenderSan, con la suma de 6500 dólares, a un plazo fijo de un año y medio, al 6 % de interés compuesto semestral. ¿Cuál será el valor futuro obtenido al final del periodo?

### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$Va = 6\,500$	$Va = 6\,500$
$n = 1 \text{ año y medio}$	$n = 3 \text{ semestres}$
$i = 6\% \text{ TNS Cap. bimestral}$	$i = \left(1 + \frac{6\%}{6/2}\right)^{6/2} - 1 \Rightarrow A: \text{TEA}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés compuesto, se tendrá:

$$Vf = Va(1 + i)^n$$

$$Vf = 6\,500(1 + A)^{1,5}$$

$$Vf = 7\,768,10$$

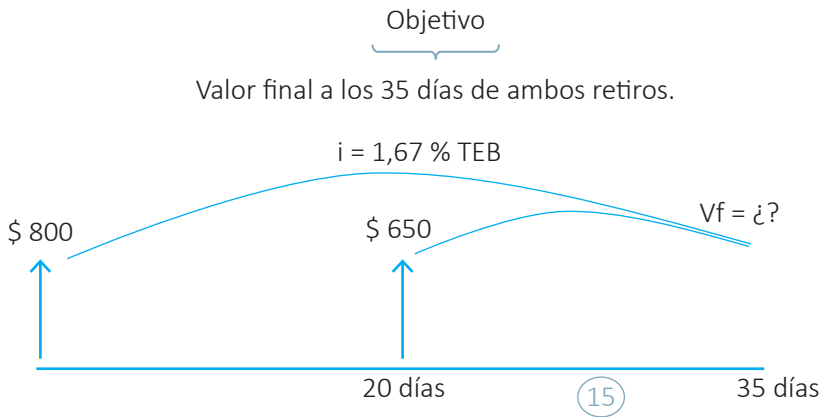
Interpretación: El valor futuro será de \$ 7 768,10.



2. La señora Garay retira de su tarjeta de crédito \$ 800 el día de hoy, y veinte días después vuelve a retirar \$ 650. Si la tasa efectiva bimestral aplicada a la tarjeta es del 1,67 %, ¿a cuánto asciende el valor final de dicha deuda, si cancela la tarjeta a los 35 días?

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_a = 800$	$V_a = 800$
$n = 35 \text{ días}$	$n = \frac{35}{60} \text{ bimestres}$
$V_a = 650$	$V_a = 650$
$n = 15 \text{ días}$	$n = \frac{15}{60} \text{ bimestres}$
$i = 1,67\% \text{ TNB}$	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés compuesto, se tendrá:

$$V_f = V_a(1 + n \times i)$$

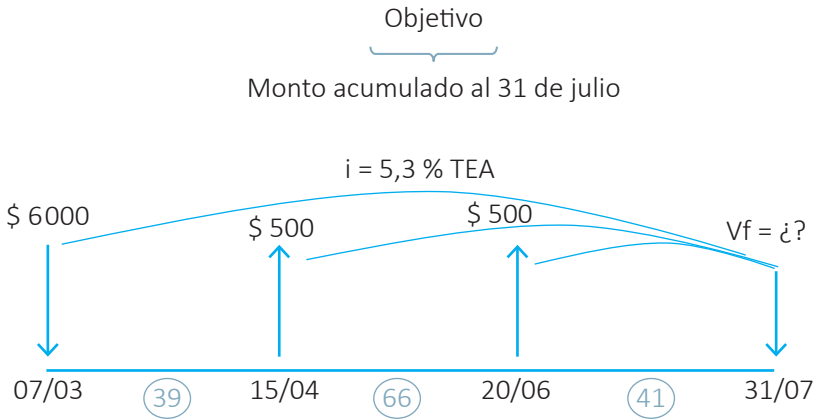
$V_f = 800(1 + 1,67\%)^{\frac{35}{60}}$	$V_f = 650(1 + 1,67\%)^{\frac{15}{60}}$
$V_f = 807,7664$	$V_f = 652,6969$
<b>Valor final = 807,7664 + 652,6969 = 1 460,4634</b>	

Interpretación: El valor final obtenido será \$ 1460,46.

3. Se realizan dos retiros de efectivo de \$ 500 cada uno, en las fechas del 15 de abril y 20 de junio, de una cuenta de ahorros abierta el 07 de marzo con \$ 6000, al 5.3 % TEA. ¿Cuál es el monto acumulado al cierre de la cuenta el 31 de julio?

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_a = 6000$	$V_a = 6000$
$n = 146 \text{ días}$	$n = \frac{146}{360} \text{ años}$
$V_a = 500$	$V_a = 500$
$n = 107 \text{ días}$	$n = \frac{107}{360} \text{ años}$
$V_a = 500$	$V_a = 500$
$n = 41 \text{ días}$	$n = \frac{41}{360} \text{ años}$
$i = 5,3\% \text{ TNA}$	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés compuesto, se tendrá:

$$V_f = Va_1(1 + i_1)^{n_1} + Va_2(1 + i_2)^{n_2}$$

$V_f = 6\,000(1 + 5,3\%)^{\frac{146}{360}}$	$V_f = 500(1 + 5,3\%)^{\frac{107}{360}}$
$I = 6\,126,99$	$+ 500(1 + 5,3\%)^{\frac{41}{360}}$
	$I = 1\,010,68$
<b>Interés total = 6 126,99 - 1 010,68 = 5 116,3069</b>	

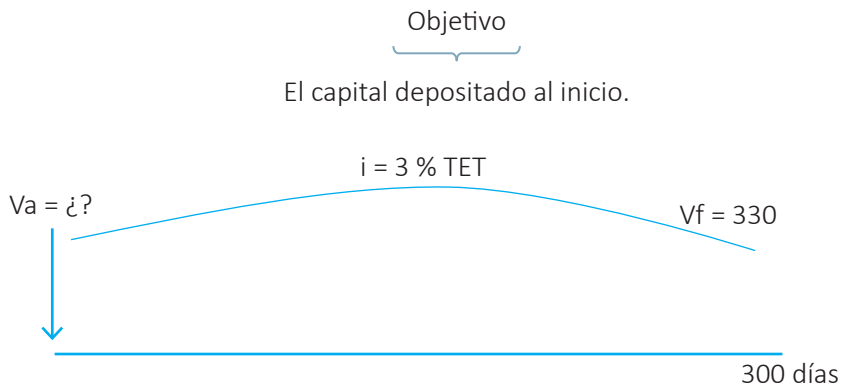
Interpretación: El monto acumulado obtenido será \$ 5 116,31.

### a. Capital

1. Al cierre de una cuenta a plazo fijo de 300 días, se obtuvo \$ 330 de monto acumulado al 3 % TET. Determine el capital depositado al inicio.

#### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_f = 330$	$V_f = 330$
$n = 300$ días	$n = 300$ días
$i = 3\% \text{ TET}$	$i = (1 + 3\%)^{\frac{1}{90}} - 1 = 0,032\% \text{ TED}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés compuesto, se tendrá:

$$V_a = V_f(1 + i)^{-n}$$

$$V_a = 330(1 + 0,032\%)^{-300}$$

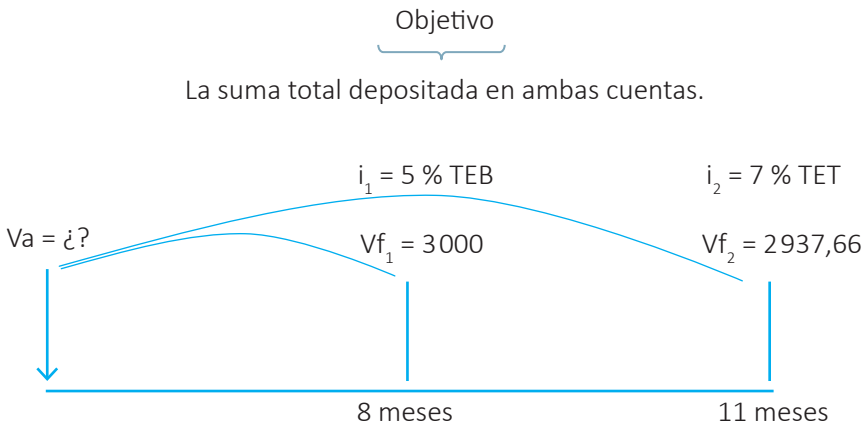
$$V_a = 299,0358$$

Interpretación: El capital depositado al inicio fue de \$ 299,04.

2. Se obtienen dos montos de \$ 3000 y \$ 2937,66, por dos depósitos realizados en dos cuentas al mismo tiempo, uno en un periodo de 8 meses, al 5 % TEB, y el segundo en 11 meses al 7 % TET, respectivamente. Determine la suma total depositada en ambas cuentas.

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$Vf_1 = 3000$	$Vf_1 = 3000$
$n = 8$ meses	$n = 8$ meses = $\frac{8}{2}$ bimestres
$i_1 = 5\%$ TEB	$i_1 = 5\%$ TEB
$Vf_2 = 2\,937,66$	$Vf_2 = 2\,937,66$
$n = 11$ meses	$n = 11$ meses = $\frac{11}{3}$ trimestres
$i_2 = 7\%$ TET	$i_2 = 7\%$ TET

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés compuesto, se tendrá:

$$Va = Vf(1 + i)^{-n}$$

$$Va = 3000(1 + 5\%)^{-4} + 2\,937,66(1 + 7\%)^{-\frac{11}{3}}$$

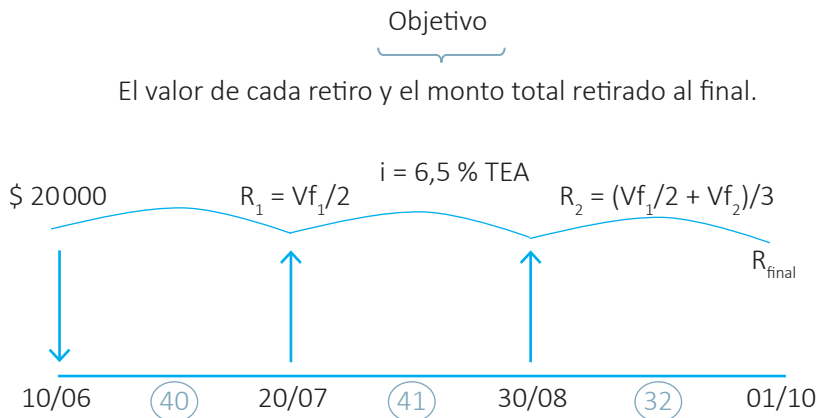
$$Va = 4\,760,35$$

Interpretación: La suma total depositada en ambas cuentas fue de \$ 4760,35.

3. La entidad financiera DineroSur abre una cuenta de ahorros al Sr. Rengifo, al 6,5 % anual, por un capital de \$ 20000, el 10 de junio del año en curso. Si el 20 de julio retira la mitad del monto acumulado, el 30 de agosto retira la tercera parte del total acumulado hasta entonces, y el 01 octubre retira el total de los ahorros, ¿a cuánto ascienden dichos retiros y el monto total retirado?

### Solución

Planteamiento:



$$n_1 = \frac{40}{360} \text{ días} \quad n_2 = \frac{41}{360} \text{ días} \quad n_3 = \frac{32}{360} \text{ años}$$

$$V_a = 20\,000$$

$$i = 6,5 \% \text{ TEA}$$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés compuesto, se tendrá:

$$V_f = V_a(1 + i)^n$$

$$R_1 = \left[ 20000(1 + 6,5\%)^{\frac{40}{360}} \right] / 2 = 10\,070,2174$$

$$R_2 = \left[ 10070,22 \times (1 + 6,5\%)^{\frac{41}{360}} \right] / 3 = 3\,380,90$$

$$R_{\text{fin}} = 2 \times 3\,380,90 \times (1 + 6,5\%)^{\frac{32}{360}} = 6\,799,76$$

$$\text{Interés total} = 10\,072,22 + 3\,380,90 + 6\,799,76 = 20\,250,88$$

Interpretación: Los retiros fueron: 10070,22, 3380,90 y 6799,76.

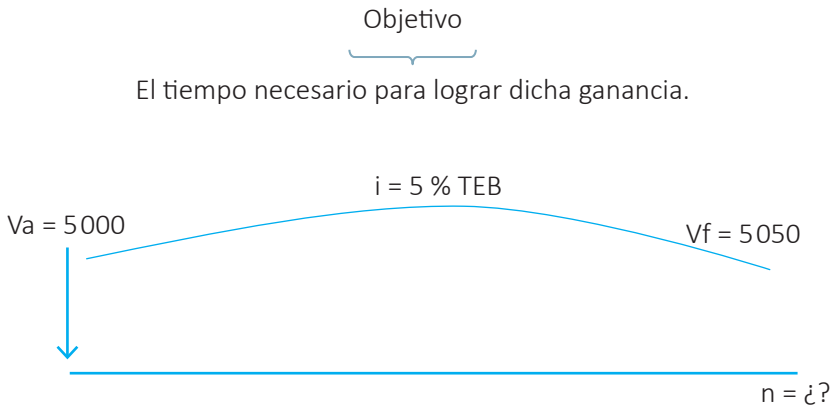
El monto total retirado es de \$ 20250,88.

**b. Periodo**

1. Por un capital de \$ 5 000 depositado al 5 % bimestral, se ha ganado \$ 5050 de interés. ¿En cuánto tiempo se logró dicha ganancia?

**Solución**

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Vf = 5 050	Vf = 5 050
Va = 5 000	Va = 5 000
i = 5 % TEB	i = (1 + 5 %)⁶ - 1 ⇒ A: TEA

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés compuesto, se tendrá:

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{Vf}{Va}\right)}{\text{Log}(1 + i)} \Rightarrow n = \frac{\text{Log}\left(\frac{5050}{5000}\right)}{\text{Log}(1 + 30 \%)}$$

n = 0,03399 años

0 años y 0,03399 × 12 = 0,4078

0 meses y 0,4078 × 30 = 12,2364

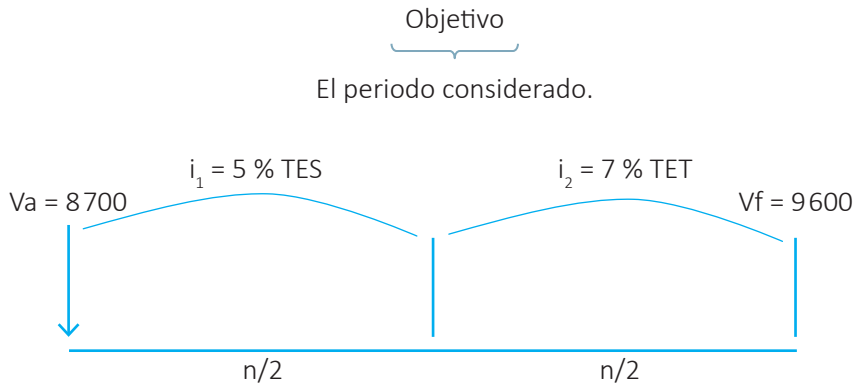
13 días

Interpretación: El tiempo necesario para lograr dicha ganancia es de 13 días.

2. Se logra un monto acumulado de \$ 9 600 en un determinado tiempo, por una inversión de \$ 8 700, considerando que a la mitad del periodo la tasa de interés cambió de 5 % TES a 7 % TEA. Determine el periodo considerado.

### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$i_1 = 5\% \text{ TNB}$	$i_1 = (1 + 5\%)^6 - 1 \Rightarrow \text{ATNA}$
$i_2 = 7\% \text{ TNT}$	$i_2 = (1 + 7\%)^4 - 1 \Rightarrow \text{BTNA}$
	$V_a = 8\,700$
	$V_f = 9\,600$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés compuesto:

$$9\,600 = 8\,700(1 + A)^{\frac{n}{2}}(1 + B)^{\frac{n}{2}}$$

$$9\,600 = 8\,700(1 + A)(1 + B)^{\frac{n}{2}}$$

$$n = \frac{2 \times \text{Log}\left(\frac{9600}{8700}\right)}{\text{Log}[(1 + A)(1 + B)]}$$

$$n = 0,3495 \text{ años}$$

$$0 \text{ años y } 0,3495 \times 12 = 4,1936$$

$$4 \text{ meses y } 0,1936 \times 30 = 5,8075$$

$$6 \text{ días}$$

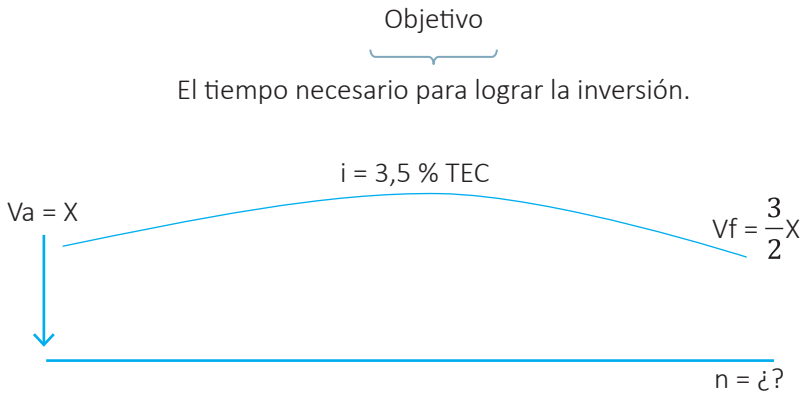
Interpretación: El tiempo requerido es de 4 meses y 6 días.



3. ¿En cuánto tiempo un capital invertido al 3,5 % cuatrimestral, obtendrá como valor futuro los 3/2 de lo invertido?

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_f = 3X/2$	$V_f = 3X/2$
$V_a = X$	$V_a = X$
$i = 3,5 \% \text{ TEC}$	$i = (1 + 3,5 \%)^3 - 1 \Rightarrow \text{ATEA}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés, se tendrá:

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{V_f}{V_a}\right)}{\text{Log}(1+i)} \Rightarrow n = \frac{\text{Log}\left(\frac{3X/2}{X}\right)}{\text{Log}(1+A)}$$

$$n = 3,9288 \text{ años}$$

3 años    y  $0,9288 \times 12 = 11,1456$   
 11 meses y  $0,1456 \times 30 = 4,368$   
 5 días

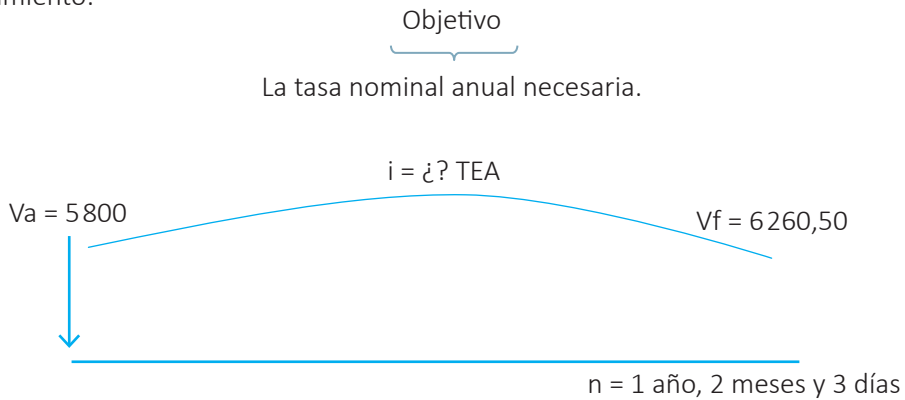
Interpretación: El tiempo necesario para lograr dicha ganancia es 3 años, 11 meses y 5 días.

### c. Tasa de interés

1. ¿A qué tasa de interés anual un capital de \$ 5800 tendrá como valor futuro \$ 6260,50 en 1 año, 2 meses y 3 días?

#### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_f = 6260,50$	$V_f = 6260,50$
$V_a = 5800$	$V_a = 5800$
$n = 1 \text{ año, } 2 \text{ meses y } 3 \text{ días}$	$n = 423 \text{ días} = \frac{423}{360} \text{ años}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés compuesto, se tendrá:

$$i = \sqrt[n]{\frac{V_f}{V_a}} - 1 \Rightarrow i = \sqrt[360]{\frac{6260,50}{5800}} - 1$$

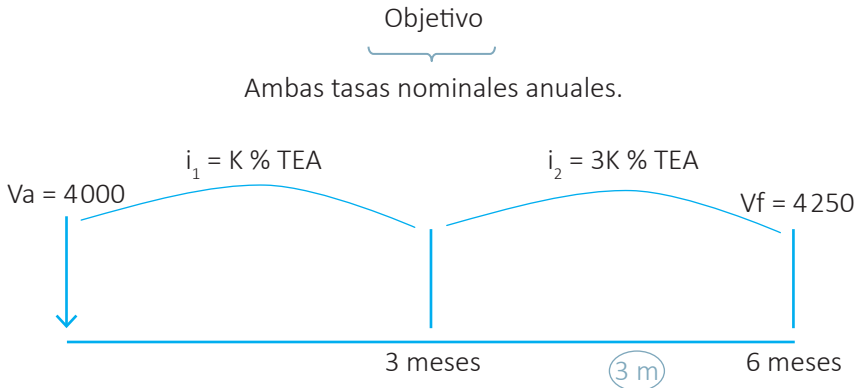
$$i = 0,0672 \times 100 \% = 6,72 \%$$

Interpretación: La tasa efectiva anual necesaria es 6,72 %.

2. Un crédito personal abierto con \$ 4000, triplica su tasa de interés anual a la mitad del periodo de cancelarse la cuenta. Si esta se cancela con un valor final de \$ 4250 en medio año, determine ambas tasas de interés.

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$n_1 = n_2 = 3 \text{ meses}$	$n_1 = n_2 = \frac{3}{12} \text{ años}$
$Va = 4\ 000; Vf = 4\ 250$	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés, se tendrá:

$$Vf = Va(1 + i_1)^{n_1} (1 + i_2)^{n_2}$$

$$4\ 250 = 4\ 000(1 + K\%)^{\frac{3}{12}} (1 + 3K\%)^{\frac{3}{12}}$$

$$4\ 250 = 4\ 000[(1 + K\%)(1 + 3K\%)]^{\frac{3}{12}}$$

$$\left(\frac{4\ 250}{4\ 000}\right)^{\frac{12}{3}} = (1 + K\%)(1 + 3K\%) = 1 + 4K\% + 3K\%^2$$

$$3K\%^2 + 4K\% + 1 - \left(\frac{4\ 250}{4\ 000}\right)^{\frac{12}{3}} = 0$$

$$K\% = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(3) \left[1 - \left(\frac{4\ 250}{4\ 000}\right)^{\frac{12}{3}}\right]}}{2(3)} = 0,065399 = 6,54\%$$

Interpretación: La TEA del primer periodo es 6,54 % y la del segundo periodo es 19,62 %.



## Problemas propuestos

### A. En función del interés

#### Interés simple

1. El Sr. Farfán abre una cuenta de ahorros en el Banco Pio-Fácil, con \$ 8500, a un plazo fijo de dos años y medio, al 5 % de interés compuesto trimestral. ¿Cuál será el interés compuesto obtenido al final del periodo?
2. La señorita Aponte retira de su tarjeta de crédito \$ 7500 el día de hoy; veinte días después, vuelve a retirar \$ 500. Si la tasa efectiva cuatrimestral aplicada a la tarjeta es del 6.7 %, ¿a cuánto asciende el interés total de dicha deuda, si cancela la tarjeta a los 55 días?
3. Se realizan dos retiros de efectivo, de \$ 400 cada uno, en la fechas del 15 de marzo y 30 de junio, de una cuenta de ahorros abierta el 07 de enero, con \$ 8000 al 5.3 % TEA. ¿Cuál es el interés obtenido al cierre de la cuenta el 31 de octubre?

#### Capital

1. Al cierre de una cuenta a plazo fijo de 400 días, se obtuvieron \$ 40 al 4% TEC. Determine el capital depositado.
2. Se obtienen dos intereses de \$ 700 y \$ 600, por dos depósitos realizados en dos cuentas al mismo tiempo, hace 7 meses, al 5 % TEB; y el segundo hace 13 meses, al 8 % TES, respectivamente. Determine la suma total depositada en ambas cuentas.
3. La entidad financiera Este-Chanta abre una cuenta de ahorros al Sr. Manuel, al 5.3 % anual, por un capital de \$ 15 000, el 10 de mayo del año en curso. Si el 10 de julio retira la mitad de los intereses ganados, el 20 de agosto retira la tercera parte de los intereses acumulados hasta entonces, y el 10 octubre retira el total de los intereses, ¿a cuánto ascienden dichos retiros y los intereses en total?

#### Periodo

1. Por un capital de \$ 7000 depositado al 7 % trimestral, se ha ganado \$ 70 de interés. ¿En cuánto tiempo se logró dicha ganancia?
2. Se logra un interés de \$ 900 en un determinado tiempo, por una inversión de \$ 7800, considerando que en un tercio de tiempo del periodo la tasa de interés cambió de 5 % TES a 8 % TEA.
3. ¿En cuánto tiempo un capital invertido al 5,1 % anual, obtendrá como interés la mitad de lo invertido?

### Tasa de interés

1. ¿A qué tasa de interés anual un capital de \$ 8500 tendrá como interés efectivo \$ 640.50 en 3 años, 2 meses y 1 día?
2. Un crédito personal abierto con \$ 9000 triplica su tasa de interés anual a los 4 meses, cancelándose la cuenta a los 9 meses con un interés compuesto de 350. Determine ambas tasas de interés.
3. Entre el 15 de mayo y el 23 de agosto del mismo año, se ha obtenido en interés la quinta parte del capital. ¿Cuál es la tasa efectiva semestral necesaria?

### B. En función del valor futuro

#### El valor futuro

1. El Sr. Jiménez abre una cuenta de ahorros en Banco TenderSan con \$ 8500, a un plazo fijo de un año y medio, al 7 % de interés compuesto semestral. ¿Cuál será el Valor futuro compuesto obtenido al final del periodo?
2. La señora Garay retira de su tarjeta de crédito \$ 750 el día de hoy; veinte días después, vuelve a retirar \$ 920. Si la tasa efectiva bimestral aplicada a la tarjeta es del 1.75 %, ¿a cuánto asciende el valor final de dicha deuda, si cancela la tarjeta a los 65 días?
3. Se realizan dos retiros de efectivo de \$ 400 cada uno, en la fechas del 15 de abril y 20 de junio, de una cuenta de ahorros abierta el 07 de marzo, con \$ 4900, al 5.3 % TEA. ¿Cuál es el monto acumulado al cierre de la cuenta el 31 de diciembre?

#### Capital

1. Al cierre de una cuenta a plazo fijo de 500 días se obtuvo \$ 550 de monto acumulado, al 5 % TET. Determine el capital depositado al inicio.
2. Se obtienen dos intereses de \$ 700 y \$ 600, por dos depósitos realizados en dos cuentas al mismo tiempo, hace 6 meses, al 5 % TEB; y el segundo hace 11 meses, al 7 % TEA, respectivamente. Determine la suma total depositada en ambas cuentas.
3. La entidad financiera DineroSur abre una cuenta de ahorros al Sr. Rengifo al 6 % anual, por un capital de \$ 25 000, el 12 de junio del año en curso. Si el 28 de julio retira la mitad del monto acumulado, el 31 de agosto retira la tercera parte del total acumulados hasta entonces, y el 01 de octubre retira el total de los ahorros, ¿a cuánto ascienden dichos retiros y el monto total retirado al final?

### Periodo

1. Por un capital de \$ 6000 depositado al 5 % bimestral, se ha ganado \$ 8060 de interés. ¿En cuánto tiempo se logró dicha ganancia?
2. Se logra un monto acumulado de \$ 9700 en un determinado tiempo, por una inversión de \$ 7700, considerando que a la mitad del periodo la tasa de interés cambio de 5 % TEC a 7 % TES. Determine el periodo considerado.
3. ¿En cuánto tiempo un capital invertido al 4.5 % cuatrimestral, obtendrá como valor futuro los  $\frac{5}{2}$  de lo invertido?

### Tasa de interés

1. ¿A qué tasa de interés anual un capital de \$ 4800 tendrá como valor futuro \$ 6500 en 1 año, 2 meses y 3 días?
2. Un crédito personal abierto con \$ 5300, triplica su tasa de interés anual a los 3 meses, cancelándose la cuenta a los 10 meses con un valor final de \$ 7770. Determine ambas tasas de interés.
3. Entre el 02 de abril y el 19 de julio del mismo año, se han obtenido como monto acumulado las siete cuartas partes del capital. ¿Cuál es la tasa efectiva trimestral necesaria?

### 1.2.4 El interés compuesto con valor actual conocido

$$I = Va[(1 + i)^n - 1]$$

$$Va = 5\,000$$

$$i = 6\% \text{ TET}$$

$$i = (1 + 6\%)^{\frac{4}{3}} - 1 \Rightarrow A: \text{TEC}$$

$$n = 11 \text{ cuatrimestres}$$

$$I = 5000[(1 + A)^{11} - 1] = 6\,752,29$$

Valor actual

$$Va = \frac{I}{[(1 + i)^n - 1]}$$

$$I = 800$$

$$n = 7 \text{ meses}$$

$$i = 2\% \text{ TEM}$$

$$Va = \frac{800}{[(1 + 2\%)^7 - 1]} = 5\,380,48$$

Tasa de interés

$$i = \sqrt[n]{\frac{I}{Va} + 1} - 1$$

$$Va = 5\,000 \quad I = 900 \quad i = ? \text{ TEA}$$

$$n = 6 \text{ meses} = 6 \times \frac{1}{12} \text{ años}$$

$$i = \sqrt[6]{\frac{900}{5000} + 1} - 1$$

$$i = 0,3924 \times 100\%$$

$$i = 39,24\%$$

Periodo

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{I}{Va} + 1\right)}{\text{Log}(1 + i)}$$

$$Va = 5\,000 \quad I = 2\,500 \quad n = ?$$

$$i = 3,25\% \text{ TES}$$

$$\Rightarrow (1 + 3,25\%)^2 - 1 = 6,6\% \text{ TEA}$$

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{2500}{5000} + 1\right)}{\text{Log}(1 + 6,6\%)} = 6,3387 \text{ años}$$

$$6,3387 = 6 \text{ años y } 0,3387 \times 12$$

$$4,0650 = 4 \text{ meses y } 0,0650 \times 30$$

$$1,9503 = 2 \text{ días}$$

Rpta: 6 años 4 meses y 2 días.



## A. Ejercicios de repaso

1. Halle el interés de un capital  $V_a$  depositado a una tasa de interés efectiva  $i$ , durante un periodo  $n$ .

$V_a = 3500$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ años
$V_a = 94\,000$	$i = 15\%$ anual	$n = 17$ meses
$V_a = 3870$	$i = 11\%$ semestral	$n = 31$ meses
$V_a = 6\,307,50$	$i = 8\%$ trimestral	$n = 7$ meses
$V_a = 3500$	$i = 15\%$ anual	$n = 50$ días
$V_a = 3870$	$i = 11\%$ semestral	$n = 301$ días
$V_a = 9256$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 94$ días
$V_a = 6307,50$	$i = 8\%$ anual	$n = 05$ julio - 20 agosto
$V_a = 16\,307,80$	$i = 8\%$ semestral	$n = 15$ marzo - 08 julio
$V_a = 89\,500,41$	$i = 14\%$ anual	$n = 11$ bimestres
$V_a = 8500,64$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ trimestres
$V_a = 6845$	$i = 7\%$ semestral	$n = 18$ años
$V_a = 456\,845$	$i = 5\%$ cuatrimestral	$n = 18$ trimestres
$V_a = 8812$	$i = 9\%$ trimestral	$n = 18$ bimestres

2. Se desea obtener el valor actual necesario para conseguir el interés determinado en cada uno de los casos, considerando la tasa de interés efectiva y el periodo respectivo.

$I = 3500$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ años
$I = 410$	$i = 15\%$ anual	$n = 17$ meses
$I = 4870$	$i = 11\%$ semestral	$n = 31$ meses
$I = 956$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 9$ meses
$I = 737,50$	$i = 8\%$ trimestral	$n = 7$ meses
$I = 350,31$	$i = 15\%$ anual	$n = 50$ días
$I = 56,32$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 94$ días
$I = 707,50$	$i = 8\%$ anual	$n = 05$ mayo - 20 abril
$I = 6307,80$	$i = 8\%$ semestral	$n = 15$ marzo - 08 setiembre
$I = 4950,41$	$i = 14\%$ anual	$n = 11$ bimestres
$I = 45$	$i = 7\%$ semestral	$n = 18$ bimestres
$I = 123,60$	$i = 5\%$ cuatrimestral	$n = 18$ trimestres
$I = 812$	$i = 9\%$ trimestral	$n = 18$ bimestres

3. ¿Cuál será la tasa necesaria para que un capital  $V_a$  pueda generar un interés  $I$  en un periodo  $n$ ? La unidad de tiempo deseada de la tasa de interés viene en la última columna.

$V_a = 11\,941,69$	$I = 2172,48$	$n = 20$ trimestres	$\Rightarrow$ TES?
$V_a = 2080,11$	$I = 1701,22$	$n = 12$ bimestres	$\Rightarrow$ TET?
$V_a = 9043,47$	$I = 102,44$	$n = 12$ años	$\Rightarrow$ TES?
$V_a = 8706,75$	$I = 80,71$	$n = 12$ meses	$\Rightarrow$ TED?
$V_a = 3539,19$	$I = 1266,69$	$n = 13$ cuatrimestres	$\Rightarrow$ TET?
$V_a = 9413,51$	$I = 1192,58$	$n = 28$ bimestres	$\Rightarrow$ TEQ?
$V_a = 7977,29$	$I = 1218,36$	$n = 12$ cuatrimestres	$\Rightarrow$ TEM?
$V_a = 6852,83$	$I = 184,1$	$n = 34$ meses	$\Rightarrow$ TEB?
$V_a = 2351,15$	$I = 109,11$	$n = 27$ años	$\Rightarrow$ TED?
$V_a = 5399,98$	$I = 947,03$	$n = 57$ días	$\Rightarrow$ TEA?
$V_a = 10\,024,41$	$I = 368,43$	$n = 86$ semanas	$\Rightarrow$ TEC?
$V_a = 4918,14$	$I = 4315,87$	$n = 40$ años	$\Rightarrow$ TEC?

Toda tasa se multiplica por 100 y se le agrega el símbolo %.

4. En cuánto tiempo un capital  $V_a$  generará un interés  $I$ , en cada uno de los siguientes casos, considerando una tasa de interés  $i$ . Emitir el resultado en años, meses y días.

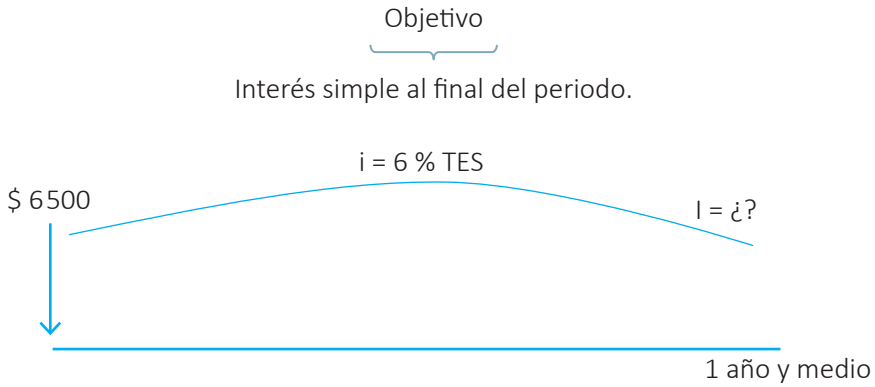
$V_a = 7516,44$	$I = 114,27$	$i = 36\%$ semestral
$V_a = 10\,747,54$	$I = 793,54$	$i = 22\%$ bimestral
$V_a = 5890,19$	$I = 506,92$	$i = 39\%$ anual
$V_a = 10\,874,69$	$I = 100,04$	$i = 39\%$ cuatrimestral
$V_a = 8155,78$	$I = 438,28$	$i = 22\%$ anual
$V_a = 8475,83$	$I = 37,34$	$i = 37\%$ anual
$V_a = 6376,45$	$I = 1,15$	$i = 33\%$ mensual
$V_a = 6843,29$	$I = 593,94$	$i = 22\%$ cuatrimestral
$V_a = 9289,89$	$I = 49,21$	$i = 26\%$ semestral
$V_a = 8690,24$	$I = 4044,34$	$i = 35\%$ mensual

### B. Problemas resueltos de interés en función del valor actual

1. El Sr. Bardales abre un cuenta de ahorros en el Banco Centercon, con \$ 6500, a un plazo fijo de un año y medio, al 6 % de interés efectivo semestral. ¿Cuál será el interés compuesto obtenido al final del periodo?

**Solución**

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$Va = 6\ 500$	$Va = 6\ 500$
$n = 1 \text{ año y medio}$	$n = 3 \text{ semestres}$
$i = 6\% \text{ TES}$	$i = 6\% \text{ TES}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$I = Va[(1 + i)^n - 1]$$

$$I = 6\ 500[(1 + 6\%)^3 - 1]$$

$$I = 1\ 241,60$$

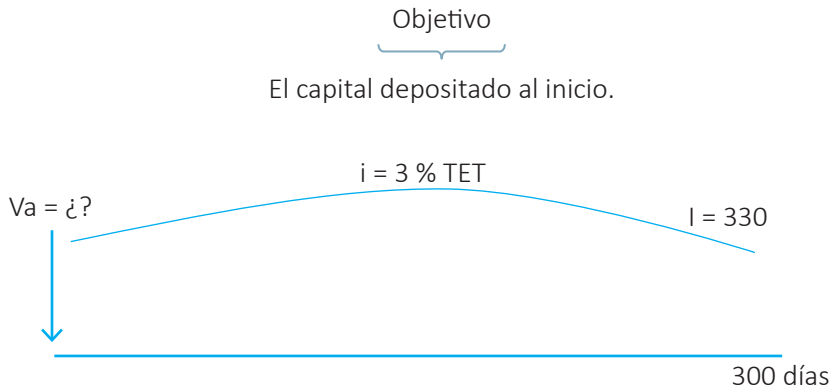
Interpretación: El interés obtenido será de \$ 1241,60.

### a. Capital

2. Al cierre de una cuenta a plazo fijo de 300 días, se obtuvo \$ 30 al 3 % TET. Determine el capital depositado al inicio.

#### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$I = 330$	$I = 330$
$n = 300$ días	$n = 300$ días
$i = 3 \% \text{ TET}$	$i = 3 \% \text{ TET} = (1 + 3 \%)^{\frac{1}{90}} - 1 \Rightarrow A. \text{ TED}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$Va = I \times [(1 + i)^n - 1]^{-1}$$

$$Va = 300 \times [(1 + A)^{300} - 1]^{-1}$$

$$Va = 2\,897,24$$

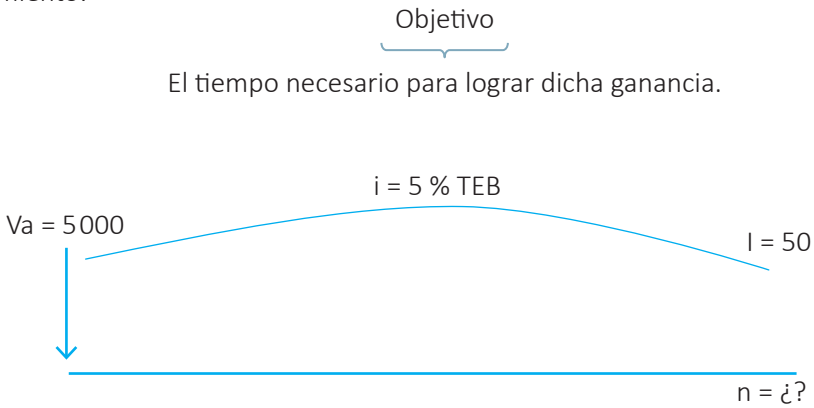
Interpretación: El capital depositado al inicio fue de \$ 2897,24.

**b. Periodo**

3. Por un capital de \$ 5000 depositado al 5 % bimestral, se ha ganado \$ 50 de interés. ¿En cuánto tiempo se logró dicha ganancia?

**Solución**

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$I = 50$	$I = 50$
$V_a = 5\ 000$	$V_a = 5\ 000$
$i = 5\% \text{ TEB}$	$i = (1 + 5\%)^6 - 1 \Rightarrow \text{A TEA}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$I = V_a[(1 + i)^n - 1]$$

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{I}{V_a} + 1\right)}{\text{Log}(1 + i)} \Rightarrow n = \frac{\text{Log}\left(\frac{50}{5000} + 1\right)}{\text{Log}(1 + A)}$$

$$n = 0,03399022 \text{ años}$$

0 años y  $0,0339 \times 12 = 0,4079$   
 0 meses y  $0,4079 \times 30 = 12,2365$   
 13 días

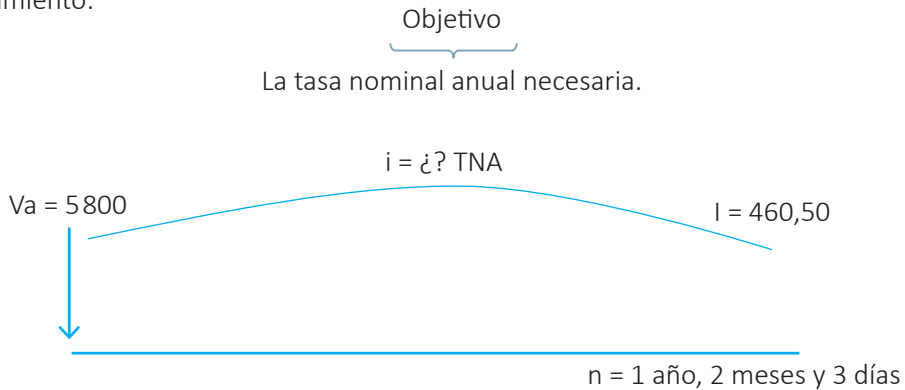
Interpretación: El tiempo necesario es de 13 días.

### c. Tasa de interés

4. ¿A qué tasa de interés anual un capital de \$ 5800 tendrá como interés \$ 460,50 en 1 año, 2 meses y 3 días?

#### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$I = 460,50$	$I = 460,50$
$Va = 5800$	$Va = 5800$
$n = 1 \text{ año, } 2 \text{ meses y } 3 \text{ días}$	$n = 423 \text{ días} = \frac{423}{360} \text{ años}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$I = Va[(1 + i)^n - 1]$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{I}{Va} + 1} - 1 \Rightarrow i = \sqrt[423]{\frac{460,50}{5800} + 1} - 1 = 0,06718367$$

$$i = 0,0671 \times 100 \% = 6,72 \%$$

Interpretación: La tasa nominal anual necesaria es 6,72%.

### 1.2.5 El interés compuesto con valor futuro conocido

$$I = Vf - Va$$

$$I = Vf - Vf(1 + i)^{-n}$$

$$I = Vf[1 - (1 + i)^{-n}]$$

$$Vf = 6\ 000$$

$$i = 6\% \text{ TET}$$

$$i = (1 + 6\%)^{\frac{4}{3}} - 1 \Rightarrow A: \text{TEC}$$

$$n = 11 \text{ cuatrimestres}$$

$$I = 5\ 000[1 - (1 + A)^{-11}] = 2\ 872,76$$

Valor actual

$$Vf = \frac{I}{[1 - (1 + i)^{-n}]}$$

$$I = 900$$

$$n = 7 \text{ meses}$$

$$i = 2\% \text{ TEM}$$

$$Va = \frac{900}{[1 - (1 + 2\%)^{-7}]} = 6\ 953,04$$

Tasa de interés

$$i = \sqrt[n]{1 - \frac{I}{Vf}} - 1$$

$$Vf = 5\ 000 \quad I = 400 \quad i = ? \text{ TEA}$$

$$n = 6 \text{ meses} = 6 \times \frac{1}{12} \text{ años}$$

$$i = \sqrt[6]{1 - \frac{400}{5000}} - 1$$

$$i = 0,1815 \times 100\%$$

$$i = 18,15\%$$

Periodo

$$n = \frac{-\text{Log}\left(1 - \frac{I}{Vf}\right)}{\text{Log}(1 + i)}$$

$$Vf = 5\ 000 \quad I = 1\ 500 \quad n = ?$$

$$i = 3,25\% \text{ TES}$$

$$\Rightarrow (1 + 3,25\%)^2 - 1 = 6,6\% \text{ TEA}$$

$$n = \frac{-\text{Log}\left(1 - \frac{1500}{5000}\right)}{\text{Log}(1 + 6,6\%)}$$

$$n = 5,5760 \text{ años}$$

$$5,5760 = 5 \text{ años y } 0,5760 \times 12$$

$$6,9120 = 6 \text{ meses y } 0,9120 \times 30$$

$$27,36 = 28 \text{ días}$$

Rpta: 5 años 6 meses y 28 días.

## A. Ejercicios de repaso

1. Halle el interés generado en un monto acumulado  $V_f$  obtenido al final de un periodo  $n$ , a una tasa de interés efectiva  $i$ .

$V_f = 3500$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ años
$V_f = 94\,000$	$i = 15\%$ anual	$n = 17$ meses
$V_f = 3870$	$i = 11\%$ semestral	$n = 31$ meses
$V_f = 6307,50$	$i = 8\%$ trimestral	$n = 7$ meses
$V_f = 3500$	$i = 15\%$ anual	$n = 50$ días
$V_f = 3870$	$i = 11\%$ semestral	$n = 301$ días
$V_f = 9256$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 94$ días
$V_f = 6307,50$	$i = 8\%$ anual	$n = 05$ julio - 20 agosto
$V_f = 16\,307,80$	$i = 8\%$ semestral	$n = 15$ marzo - 08 julio
$V_f = 89\,500,41$	$i = 14\%$ anual	$n = 11$ bimestres
$V_f = 8500,64$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ trimestres
$V_f = 6845$	$i = 7\%$ semestral	$n = 18$ años
$V_f = 456\,845$	$i = 5\%$ cuatrimestral	$n = 18$ trimestres
$V_f = 8\,812$	$i = 9\%$ trimestral	$n = 18$ bimestres

2. Se desea obtener el valor futuro conseguido bajo el interés determinado en cada uno de los casos, considerando la tasa de interés efectiva y el periodo respectivo.

$I = 350$	$i = 13\%$ anual	$n = 7$ años
$I = 41$	$i = 15\%$ anual	$n = 17$ meses
$I = 480$	$i = 11\%$ semestral	$n = 31$ meses
$I = 96$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 9$ meses
$I = 77,50$	$i = 8\%$ trimestral	$n = 7$ meses
$I = 350$	$i = 15\%$ anual	$n = 50$ días
$I = 56,80$	$i = 7\%$ cuatrimestral	$n = 94$ días
$I = 707,90$	$i = 8\%$ anual	$n = 05$ mayo - 20 abril
$I = 6307,90$	$i = 8\%$ semestral	$n = 15$ marzo - 08 setiembre
$I = 4950,96$	$i = 14\%$ anual	$n = 11$ bimestres
$I = 45$	$i = 7\%$ semestral	$n = 18$ bimestres
$I = 133,63$	$i = 5\%$ cuatrimestral	$n = 18$ trimestres
$I = 812,50$	$i = 9\%$ trimestral	$n = 18$ bimestres



3. ¿Cuál será la tasa necesaria para que un monto  $V_f$  genere un interés  $I$ , en un periodo  $n$ ? La unidad de tiempo deseada de la tasa de interés viene en la última columna.

$V_f = 11\,941,69$	$I = 2172,48$	$n = 20$ trimestres	$\Rightarrow$ TES?
$V_f = 2080,11$	$I = 1701,22$	$n = 12$ bimestres	$\Rightarrow$ TET?
$V_f = 9043,47$	$I = 102,44$	$n = 12$ años	$\Rightarrow$ TES?
$V_f = 8706,75$	$I = 80,71$	$n = 12$ meses	$\Rightarrow$ TED?
$V_f = 3539,19$	$I = 1266,69$	$n = 13$ cuatrimestres	$\Rightarrow$ TET?
$V_f = 9413,51$	$I = 1192,58$	$n = 28$ bimestres	$\Rightarrow$ TEQ?
$V_f = 7977,29$	$I = 1218,36$	$n = 12$ cuatrimestres	$\Rightarrow$ TEM?
$V_f = 6852,83$	$I = 184,1$	$n = 34$ meses	$\Rightarrow$ TEB?
$V_f = 2351,15$	$I = 109,11$	$n = 27$ años	$\Rightarrow$ TED?
$V_f = 5399,98$	$I = 947,03$	$n = 57$ días	$\Rightarrow$ TEA?
$V_f = 10\,024,41$	$I = 368,43$	$n = 86$ semanas	$\Rightarrow$ TEC?
$V_f = 4918,14$	$I = 4315,87$	$n = 40$ años	$\Rightarrow$ TEC?

Toda tasa se multiplica por 100 y se le agrega el símbolo %.

4. En cuánto tiempo un valor final  $V_f$  generado bajo un interés  $I$ , en cada uno de los siguientes casos, considerando una tasa de interés  $i$ . Emitir el resultado en años, meses y días.

$V_f = 7516,44$	$I = 114,27$	$i = 36$ % semestral
$V_f = 10\,747,54$	$I = 793,54$	$i = 22$ % bimestral
$V_f = 5890,19$	$I = 506,92$	$i = 39$ % anual
$V_f = 10\,874,69$	$I = 100,04$	$i = 39$ % cuatrimestral
$V_f = 8155,78$	$I = 438,28$	$i = 22$ % anual
$V_f = 8475,83$	$I = 37,34$	$i = 37$ % anual
$V_f = 6376,45$	$I = 1,15$	$i = 33$ % mensual
$V_f = 6843,29$	$I = 593,94$	$i = 22$ % cuatrimestral
$V_f = 9289,89$	$I = 49,21$	$i = 26$ % semestral
$V_f = 8690,24$	$I = 4044,34$	$i = 35$ % mensual

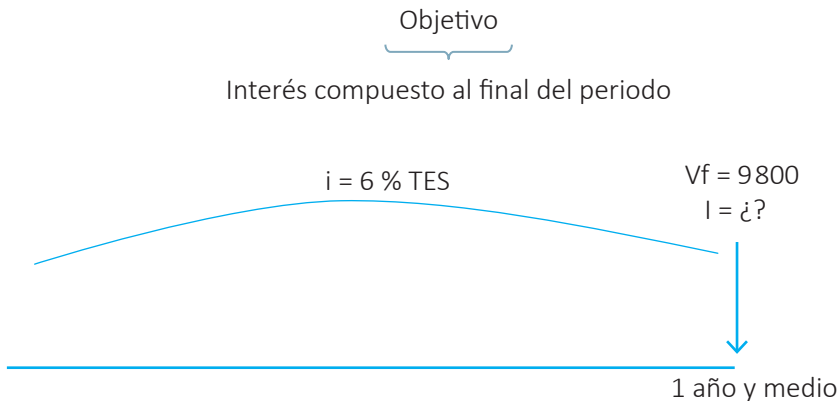
## Problemas resueltos

### A. Interés en función del valor final

1. El Sr. Portales abre un cuenta de ahorros en Banco Petfinanzas, obteniendo \$ 9800, al final de un plazo fijo de un año y medio, al 6% de interés efectiva semestral. ¿Cuál será el interés compuesto?

#### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_f = 9800$	$V_f = 9800$
$n = 1 \text{ año y medio}$	$n = 3 \text{ semestres}$
$i = 6 \% \text{ TES}$	$i = 6 \% \text{ TES}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$I = V_f [1 - (1 + i)^{-n}]$$

$$I = 9800 [1 - (1 + 6\%)^{-3}]$$

$$I = 1571,7310$$

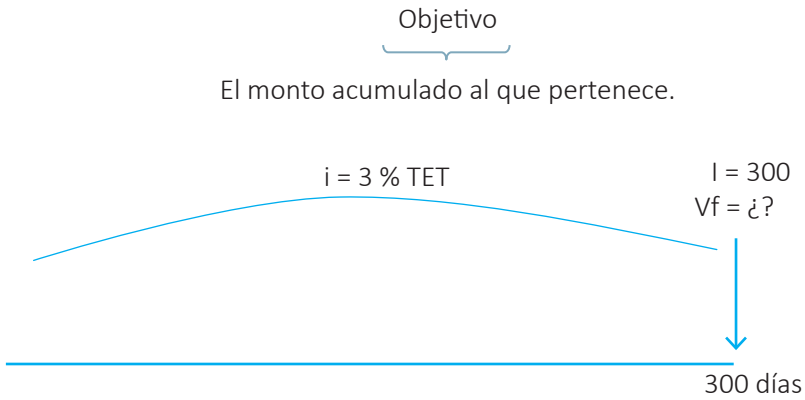
Interpretación: El interés obtenido será de \$ 1571,73

**a. Capital**

2. Al cierre de una cuenta a plazo fijo de 300 días, se obtuvo \$ 30 al 3% TET. Determine el monto acumulado al cual pertenece.

**Solución**

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$I = 300$	$I = 300$
$n = 300 \text{ días}$	$n = 300 \text{ días}$
$i = 3 \% \text{ TNT}$	$i = 3 \% \text{ TET} = (1 + 3 \%)^{\frac{1}{90}} - 1 \Rightarrow \text{A. TED}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

$$I = Vf[1 - (1 + i)^{-n}]$$

$$Vf = I \times [1 - (1 + i)^{-n}]^{-1}$$

$$Vf = 300 \times [1 - (1 + A)^{-300}]^{-1}$$

$$Vf = 3\,197,2412$$

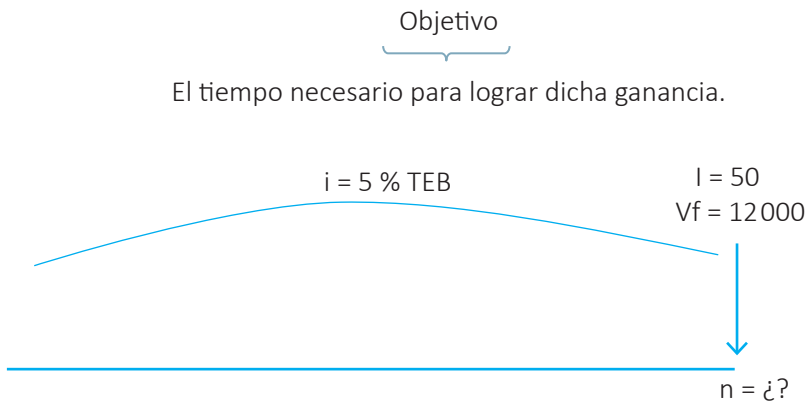
Interpretación: El monto acumulado al cual pertenece es: \$ 3 197,24

## b. Periodo

3. Por un capital de \$ 5000 depositado al 5% bimestral se ha ganado \$ 50 de interés. ¿En cuánto tiempo se logró dicha ganancia?

### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$I = 50$	$I = 50$
$Vf = 12\ 000$	$Vf = 12\ 000$
$i = 5\ %\ TEB$	$i = (1 + 5\ \%)^6 - 1 \Rightarrow A\ TEA$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple se tendrá:

$$I = Vf[1 - (1 + i)^{-n}]$$

$$n = \frac{-\text{Log}\left(1 - \frac{I}{Vf}\right)}{\text{Log}(1 + i)} \Rightarrow n = \frac{-\text{Log}\left(1 - \frac{50}{12000}\right)}{\text{Log}(1 + A)}$$

$$n = 0,01426302 \text{ años}$$

$$0 \text{ años y } 0,0142 \times 12 = 0,1712$$

$$0 \text{ meses y } 0,1712 \times 30 = 5,1347$$

$$6 \text{ días}$$

Interpretación: El tiempo necesario es de 6 días.

**c. Tasa de interés**

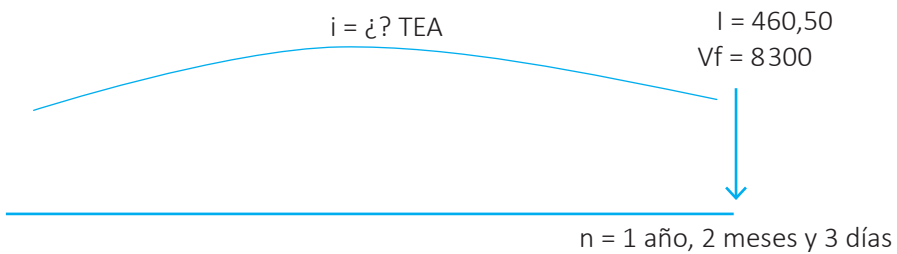
4. ¿A qué tasa de interés anual un capital de \$ 8300 tendrá como interés \$ 460,50 en 1 año, 2 meses y 3 días?

**Solución**

Planteamiento:

Objetivo

La tasa efectiva anual necesaria.



Datos	Homogenización
$I = 460,50$	$I = 460,50$
$Vf = 8300$	$Vf = 8300$
$n = 1 \text{ año, } 2 \text{ meses y } 3 \text{ días}$	$n = 423 \text{ días} = \frac{423}{360} \text{ años}$

Proceso: Reemplazando en la fórmula de interés simple, se tendrá:

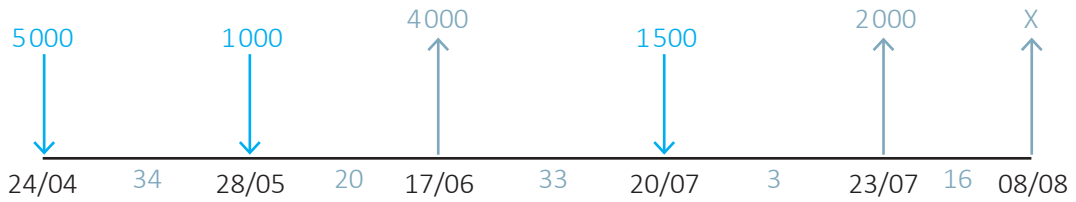
$$I = Vf[1 - (1 + i)^{-n}]$$

$$i = \left(1 - \frac{I}{Vf}\right)^{-\frac{1}{n}} - 1 \Rightarrow i = \left(1 - \frac{460,50}{8300}\right)^{-\frac{423}{360}} - 1 = 0,04977842$$

$$i = 0,0498 \times 100 \% = 4,98 \%$$

Interpretación: La tasa efectiva anual necesaria es 4,98 %.

### 1.2.6. Ecuación de valor



Es importante recordar que las ecuaciones de valor en el interés compuesto se manejan con el mismo procedimiento que el interés simple, esto es, la igualdad de miembros, las entradas y las salidas, el encontrar el valor de una o más variables, o la ubicación de una fecha focal. Los intereses son exponenciales de acuerdo al periodo que se considere, en relación a la capitalización que se haya realizado.

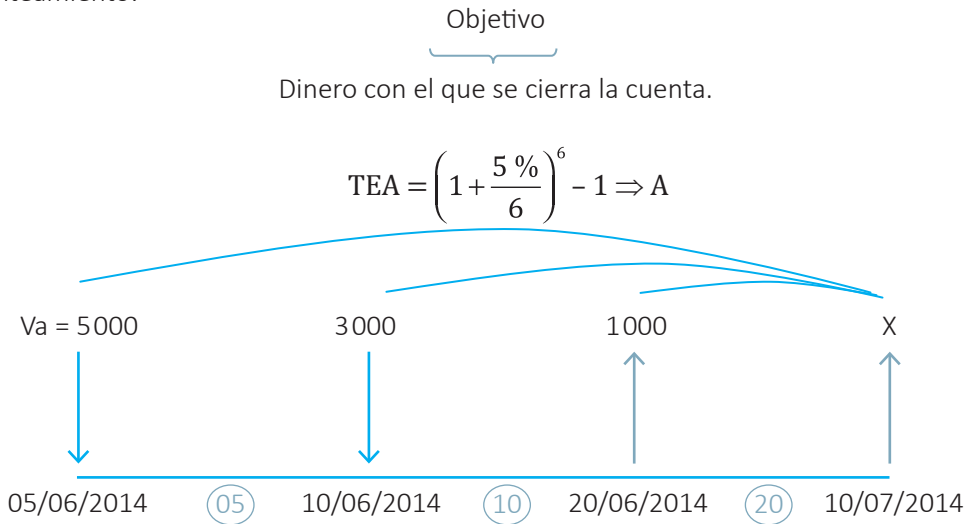
$$5000(1 + B)^{106} + 1000(1 + B)^{72} + 1500(1 + B)^{19} = 4000(1 + B)^{52} + 2000(1 + B)^{16} + X$$

### Ejemplos de ecuación de valor

- Se tiene una cuenta de ahorros que se abre al 5 % nominal anual, capitalizada bimestralmente el 05 de junio con \$ 5000, y se ve afectada por las siguientes transacciones: el 10 de junio vuelve a depositar \$ 3000 y el 20 de junio retira \$ 1000. ¿Con cuánto dinero se cierra la cuenta de ahorros el 10 de julio?

#### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Entradas: 5000 - 35 días	Entradas: 5000 - $\frac{35}{360}$ días
3000 - 30 días	3000 - $\frac{30}{360}$ días
Salidas: 1000 - 20 días	Salidas: 1000 - $\frac{20}{360}$ días
X - Fecha Focal	X - Fecha focal
$i = 5\% \text{ TNA Cap. bimestral}$	$TEA = \left(1 + \frac{5\%}{6}\right)^6 - 1 \Rightarrow A$

Proceso: Elaboramos la ecuación de valor:

$$5\,000(1 + A)^{\frac{35}{360}} + 3\,000(1 + A)^{\frac{30}{360}} = 1\,000(1 + A)^{\frac{20}{360}} + X$$

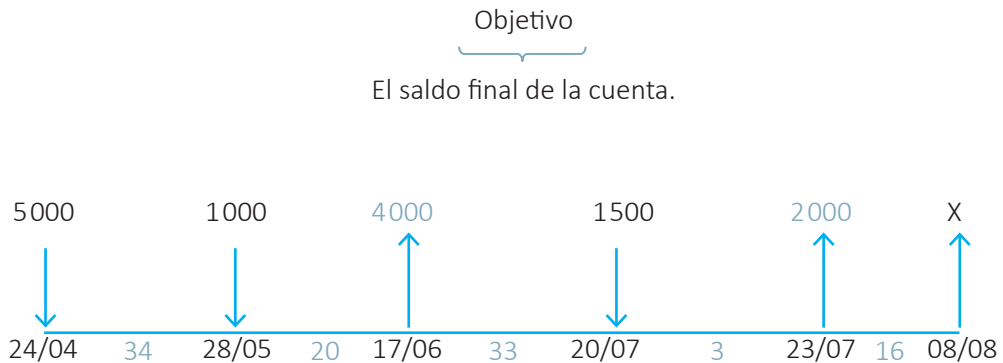
$$X = 7\,033,97$$

Interpretación: La cuenta de ahorro se cerrará con \$ 7033,97.

2. Una cuenta de ahorros abierta el 24 de abril con un depósito inicial de \$ 5000, tiene el siguiente movimiento: día 28 de mayo se hace un depósito de \$ 1000; el día 17 de junio, un retiro de \$ 4000; el día 20 de julio, un depósito de \$ 1500; y el día 23 de julio, un retiro de \$ 2000. Determinar el saldo final de la cuenta al 8 de agosto del mismo año, si la tasa de interés fue 6,75 % anual.

### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Entradas: 5 000 – 106 días 1 000 – 72 días 1 500 – 19 días	$\text{TED} = (1 + 6,75\%)^{\frac{1}{360}} - 1 \Rightarrow B$
Salidas: 4 000 – 52 días 2 000 – 16 días X – fecha focal	
$i = 6,75\% \text{ TNA}$	

Proceso: Se elabora la ecuación de valor.

$$5000(1 + B)^{106} + 1000(1+B)^{72} + 1500(1 + B)^{19} = 4000(1 + B)^{52} + 2000(1 + B)^{16} + X$$

$$X = 1\,571,69179$$

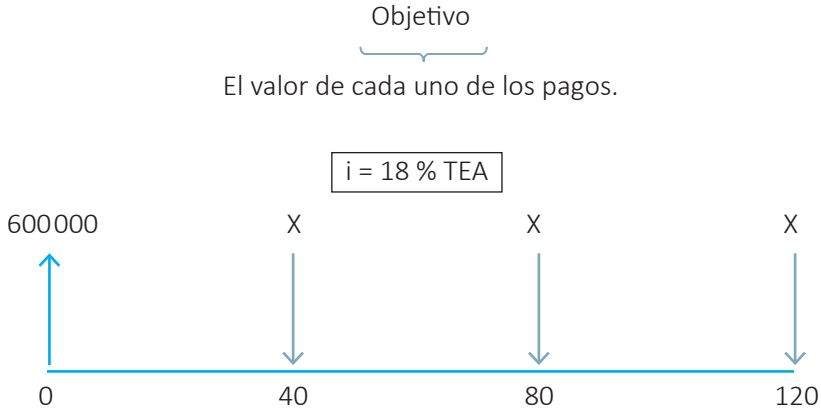
Interpretación: El saldo final de la cuenta es: \$ 1571,69.



3. Una deuda por \$ 600 000 se liquida con tres pagos iguales a 40, 80 y 120 días respectivamente. Determinar el valor de cada uno de los pagos, a un interés del 18 % anual. La fecha focal se ubica en el día 120.

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Entradas: X - (-40) días X - (-80) días X - (-120) días	$TND = (1 + 18\%)^{\frac{1}{360}} - 1 \Rightarrow A$
Salidas: 600 000 - 52 días $i = 18\% \text{ TEA}$	

Proceso: Elaboramos la ecuación de valor:

$$600\,000 = X(1 + A)^{-40} + X(1 + A)^{-80} + X(1 + A)^{-120}$$

$$600\,000 = X[(1 + A)^{-40} + (1 + A)^{-80} + (1 + A)^{-120}]$$

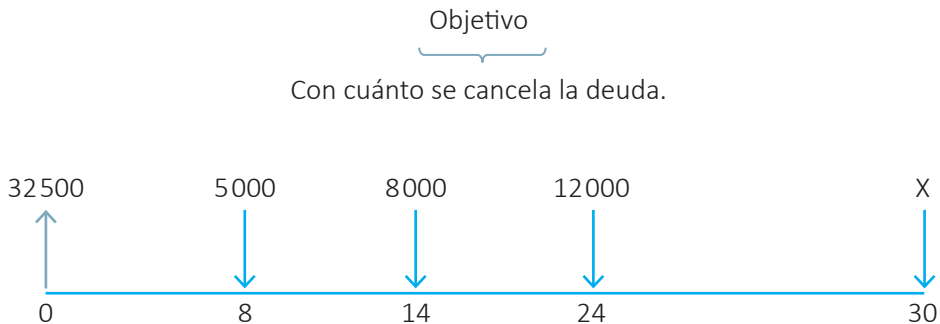
$$X = 207\,469,765$$

Interpretación: El valor de cada uno de los pagos es: \$ 207 469,77

4. Una empresa agropecuaria adquiere una deuda cancelable en dos años y medio por \$3250 para la compra de un tractor. La empresa adelanta \$ 500 a los ocho meses, \$ 800 seis meses después y a los dos años \$ 1200. Si el banco establece una tasa del 11,31 % anual, determinar con cuánto se cancela la deuda, si la fecha focal se ubica al final de plazo.

### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Entradas: X - (-40) días X - (-80) días X - (-120) días	$TNM = (1 + 11,31\%)^{\frac{1}{12}} - 1 \Rightarrow A$
Salidas: 600 000 - 52 días $i = 11,31\% \text{ TNA}$	

Proceso: Elaboramos la ecuación de valor:

$$3\,250(1 + A)^{30} = 500(1 + A)^{22} + 800(1 + A)^{16} + 1\,200(1 + A)^6 + X$$

$$X = 1\,450,90255$$

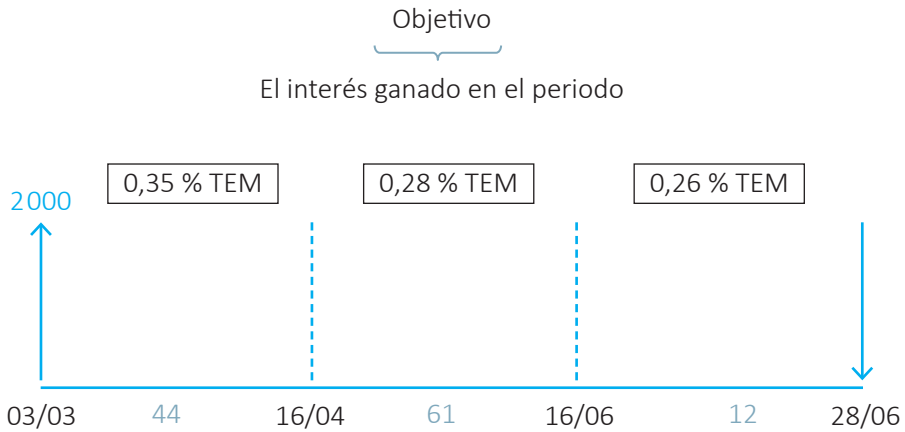
Interpretación: La deuda se cancela con \$ 1450,90.

### 1.2.7. Cambio de tasas

- ¿Qué interés habrá ganado una inversión de \$ 2000 colocada desde el 3 de marzo al 28 de junio del mismo año, a una tasa efectiva mensual de 0.35 %, la cual varió el 16 de abril al 0.28 % y 0.26 % el 16 de junio?

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_a = 2\,000$	$V_a = 2\,000$
Cada $i$ con su respectivo $n$	Cada " $i$ " con su respectivo $n$
$i_1 = 0,35\% \text{ TEM} \Rightarrow n_1 = 44 \text{ días}$	$i_1 = 0,35\% \text{ TEM} \Rightarrow n_1 = \frac{44}{30} \text{ meses}$
$i_2 = 0,28\% \text{ TEM} \Rightarrow n_2 = 61 \text{ días}$	$i_2 = 0,28\% \text{ TEM} \Rightarrow n_2 = \frac{61}{30} \text{ meses}$
$i_3 = 0,26\% \text{ TEM} \Rightarrow n_3 = 12 \text{ días}$	$i_3 = 0,26\% \text{ TEM} \Rightarrow n_3 = \frac{12}{30} \text{ meses}$

Proceso: Se elabora la ecuación de valor.

$$I = 2\,000 \left[ \left(1 + 0,35\%\right)^{\frac{44}{30}} \left(1 + 0,28\%\right)^{\frac{61}{30}} \left(1 + 0,26\%\right)^{\frac{12}{30}} - 1 \right]$$

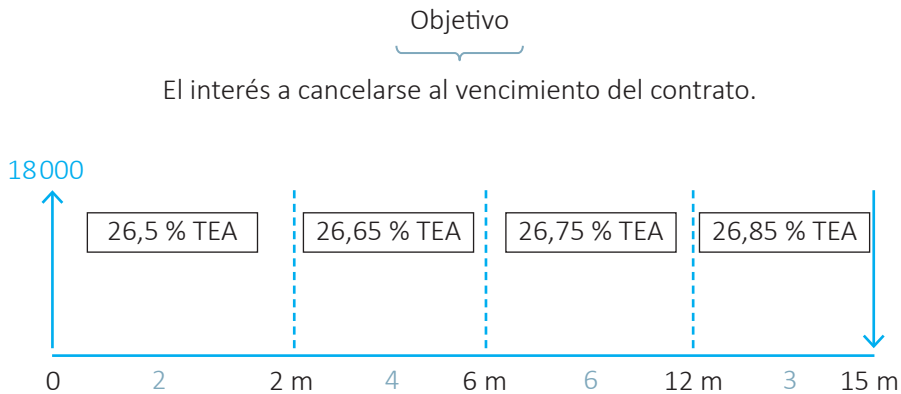
$$I = 23,83774$$

Interpretación: El interés ganado en el periodo es \$ 23,84

2. Se ha suscrito un contrato de crédito por \$ 18 000 para pagarlo dentro de 15 meses. La entidad financiera estableció las siguientes tasas de interés: 26,5 % durante 2 meses, 26,65 % durante 4 meses, 26,75 % durante 6 meses y 26,85 % durante 3 meses. ¿Qué interés deberá cancelarse al vencimiento del contrato?

### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_a = 18\ 000$	$V_a = 18\ 000$
Cada $i$ con su respectivo $n$	Cada $i$ con su respectivo $n$
$i_1 = 26,50\ \% \text{ TEA} \Rightarrow n_1 = 2 \text{ meses}$	$i_1 = 26,50\ \% \text{ TEA} \Rightarrow n_1 = \frac{2}{12} \text{ años}$
$i_2 = 26,65\ \% \text{ TEA} \Rightarrow n_2 = 4 \text{ meses}$	$i_2 = 26,65\ \% \text{ TEA} \Rightarrow n_2 = \frac{4}{12} \text{ años}$
$i_3 = 26,75\ \% \text{ TEA} \Rightarrow n_3 = 6 \text{ meses}$	$i_3 = 26,75\ \% \text{ TEA} \Rightarrow n_3 = \frac{6}{12} \text{ años}$
$i_4 = 26,85\ \% \text{ TEA} \Rightarrow n_4 = 9 \text{ meses}$	$i_4 = 26,85\ \% \text{ TEA} \Rightarrow n_4 = \frac{9}{12} \text{ años}$

Proceso: Se elabora la ecuación de valor.

$$I = 18\ 000 \left[ (1 + 26,5\ \%)^{\frac{2}{12}} (1 + 26,65\ \%)^{\frac{4}{12}} (1 + 26,75\ \%)^{\frac{6}{12}} (1 + 26,85\ \%)^{\frac{9}{12}} - 1 \right]$$

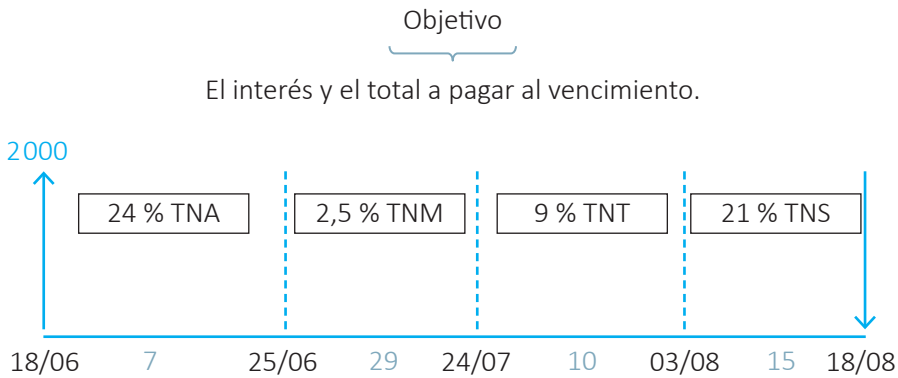
$$I = 6\ 198,35958$$

Interpretación: El interés a cancelarse al vencimiento del contrato es \$ 6 198,36

3. Una deuda de \$ 2000 contraída el 18 de junio para ser cancelada el 18 de agosto, y pactada originalmente a una tasa anual de interés del 24 %, sufre las siguientes variaciones: día 25 de junio, 2,5% mensual; día 24 de julio, 9 % trimestral; día 3 de agosto, 21 % semestral. ¿Qué interés se pagará al vencimiento? ¿Cuál es el total a pagar al final del periodo?

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_a = 2\,000$	$V_a = 2\,000$
Cada "i" con su respectivo "n"	Cada "i" con su respectivo "n"
$i_1 = 24\% \text{ TEA} \Rightarrow n_1 = 7 \text{ días}$	$i_1 = 24\% \text{ TEA} \Rightarrow n_1 = \frac{7}{360} \text{ años}$
$i_2 = 2,5\% \text{ TEM} \Rightarrow n_2 = 29 \text{ días}$	$i_2 = 2,5\% \text{ TEM} \Rightarrow n_2 = \frac{29}{30} \text{ meses}$
$i_3 = 9\% \text{ TET} \Rightarrow n_3 = 10 \text{ días}$	$i_3 = 9\% \text{ TET} \Rightarrow n_3 = \frac{10}{90} \text{ trimestres}$
$i_4 = 21\% \text{ TES} \Rightarrow n_4 = 15 \text{ días}$	$i_4 = 21\% \text{ TES} \Rightarrow n_4 = \frac{15}{180} \text{ semestres}$

Proceso: Elaboramos la ecuación de valor.

$$I = 2\,000 \left[ (1 + 24\%)^{\frac{7}{360}} (1 + 2,5\%)^{\frac{29}{30}} (1 + 9\%)^{\frac{10}{90}} (1 + 21\%)^{\frac{15}{180}} - 1 \right] = 109,94$$

$$V_f = 2\,000 \left[ (1 + 24\%)^{\frac{7}{360}} (1 + 2,5\%)^{\frac{29}{30}} (1 + 9\%)^{\frac{10}{90}} (1 + 21\%)^{\frac{15}{180}} \right] = 2\,109,94$$

Interpretación: El ingreso y el monto total a pagar al final del periodo es: \$ 109,94 y \$ 2 109,94 respectiva y consecuentemente.

## Problemas propuestos

### A. En función del interés

#### Interés compuesto

1. El Sr. Farfán abre una cuenta de ahorros en Banco Pío-Fácil con \$ 8500, a un plazo fijo de dos años y medio, al 5 % de interés simple trimestral. ¿Cuál será el interés obtenido al final del periodo?
2. La señorita Aponte retira de su tarjeta de crédito \$ 7500 el día de hoy, y veinte días después vuelve a retirar \$ 500. Si la tasa nominal cuatrimestral aplicada a la tarjeta es del 6.7 %, ¿a cuánto asciende el interés total de dicha deuda, si cancela la tarjeta a los 55 días?
3. Se realiza dos retiros de efectivo de \$ 400 cada una en la fechas del 15 de marzo y el 30 de junio, de una cuenta de ahorros abierta el 07 de enero con \$ 8000, al 5.3 % TEA. ¿Cuál es el interés obtenido al cierre de la cuenta el 31 de octubre?

#### Capital

1. Al cierre de una cuenta a plazo fijo de 400 días se obtuvo \$ 40 al 4 % TEC. Determine el capital depositado.
2. Se obtienen dos intereses de \$ 700 y \$ 600, por dos depósitos realizados en dos cuentas al mismo tiempo, hace 7 meses, al 5 % TEB; y el segundo hace 13 meses, al 8 % TES, respectivamente. Determine la suma total depositada en ambas cuentas.
3. La entidad financiera Este-Chanta abre una cuenta de ahorros al Sr. Manuel al 5.3 % anual, por un capital de \$ 15 000, el 10 de mayo del año en curso. Si el 10 de julio retira la mitad de los intereses ganados, el 20 de agosto retira la tercera parte de los intereses acumulados hasta entonces y el 10 octubre retira el total de los intereses, ¿a cuánto ascienden dichos retiros y los intereses en total?

#### Periodo

1. Por un capital de \$ 7000 depositado al 7 % trimestral, se ha ganado \$ 70 de interés. ¿En cuánto tiempo se logró dicha ganancia?
2. Se logra un interés de \$ 900 en un determinado tiempo, con una inversión de \$ 7800, considerando que en un tercio de tiempo del periodo la tasa de interés cambió de 5 % TES a 8 % TEA. Determine el periodo de dicha operación.
3. ¿En cuánto tiempo un capital invertido al 5,1 % anual, obtendrá como interés la mitad de lo invertido?

## Tasa de interés

1. ¿A qué tasa de interés anual un capital de \$ 8500 tendrá como interés \$ 640.50 en 3 años, 2 meses y 1 día?
2. Un crédito personal abierto con \$ 9000 triplica su tasa de interés anual a los 4 meses, cancelándose la cuenta a los 9 meses con un interés simple de 350. Determine ambas tasas de interés.
3. Entre el 15 de mayo y el 23 de agosto del mismo año, se ha obtenido en intereses la quinta parte del capital. ¿Cuál es la tasa efectiva semestral necesaria?

## B. En función del valor futuro

### El valor futuro

1. El Sr. Jiménez abre una cuenta de ahorros en Banco TenderSan con \$ 8500, a un plazo fijo de un año y medio, al 7 % de interés compuesto semestral. ¿Cuál será el Valor futuro compuesto obtenido al final del periodo?
2. La señora Garay retira de su tarjeta de crédito \$ 750 el día de hoy, veinte días después vuelve a retirar \$ 920. Si la tasa efectiva bimestral aplicada a la tarjeta es del 1.75 %, ¿a cuánto asciende el valor final de dicha deuda, si cancela la tarjeta a los 65 días?
3. Se realizan dos retiros de efectivo de \$ 400 cada una en la fechas del 15 de abril y 20 de junio, de una cuenta de ahorros abierta el 07 de marzo con \$ 4900, al 5.3 % TEA. ¿Cuál es el monto acumulado al cierre de la cuenta el 31 de diciembre?

### Capital

1. Al cierre de una cuenta a plazo fijo de 500 días se obtuvo \$ 550 de monto acumulado, al 5 % TET. Determine el capital depositado al inicio.
2. Se obtienen dos intereses de \$ 700 y \$ 600, por dos depósitos realizados en dos cuentas al mismo tiempo, hace 6 meses, al 5 % TEB; y el segundo hace 11 meses, al 7 % TEA, respectivamente. Determine la suma total depositada en ambas cuentas.
3. La entidad financiera DineroSur abre una cuenta de ahorros al Sr. Rengifo al 6 % anual, por un capital de \$ 25 000, el 12 de junio del año en curso. Si el 28 de julio retira la mitad del monto acumulado, el 31 de agosto retira la tercera parte del total acumulado hasta entonces y el 01 octubre retira el total de los ahorros, ¿a cuánto ascienden dichos retiros y el monto total retirado al final?

### Periodo

1. Por un capital de \$ 6000 depositado al 5 % bimestral, se ha ganado \$ 8060 de interés. ¿En cuánto tiempo se logró dicha ganancia?
2. Se logra un monto acumulado de \$ 9700 en un determinado tiempo, por una inversión de \$ 7700, considerando que a la mitad del periodo la tasa de interés cambió de 5 % TEC a 7 % TES. Determine el periodo considerado
3. ¿En cuánto tiempo un capital invertido al 4.5 % cuatrimestral, obtendrá como valor futuro los  $\frac{5}{2}$  de lo invertido?

### Tasa de interés

1. ¿A qué tasa de interés anual un capital de \$ 4800 tendrá como valor futuro \$ 6500 en 1 año, 2 meses y 3 días?
2. Un crédito personal abierto con \$ 5300 triplica su tasa de interés anual a los 3 meses, cancelándose la cuenta a los 10 meses con un valor final de \$ 7770. Determine ambas tasas de interés.
3. Entre el 02 de abril y el 19 de julio del mismo año, se ha obtenido como monto acumulado las siete cuartas partes del capital. ¿Cuál es la tasa efectiva trimestral necesaria?

### Ecuación de valor

1. Se tiene una cuenta de ahorros que se abre, al 5 % efectiva anual, el 05 de junio con \$ 7000, y se ve afectada por las siguientes transacciones: el 11 de junio vuelve a depositar \$ 3000 y el 22 de junio retira 1000. ¿Con cuánto dinero se cierra la cuenta de ahorros el 30 de julio?
2. Una cuenta de ahorros abierta el 24 de marzo con un depósito inicial de \$ 55 000 tiene los siguientes movimientos: día 18 de mayo, un depósito de \$ 1.000; día 27 de junio, un retiro de \$ 4000; día 25 de julio, un depósito de \$ 1.500; y el día 28 de julio, un retiro de \$ 2000. Determinar el saldo final de la cuenta al 28 de agosto del mismo año, si la tasa de interés fue 7.5 % anual compuesto quincenalmente.
3. Una empresa agropecuaria adquiere una deuda cancelable en dos años y medio por \$ 3050 para la compra de un tractor. La empresa adelanta \$ 400 a los ocho meses, \$ 900 seis meses después y a los dos años \$ 1000. Si el banco establece una TNS del 10.30 % con capitalización mensual, determinar con cuánto se cancela la deuda.



### Cambios de tasa de interés en el periodo

1. ¿Qué interés habrá ganado una inversión de \$ 20 000, colocada desde el 3 de febrero al 28 de junio del mismo año, a una tasa bimestral de 1,35 %, la cual varió el 16 de abril al 2,28 % y 3,04 % el 16 de junio?
2. Se ha suscrito un contrato de crédito por \$ 18 000 para pagarlo dentro de 25 meses. La entidad financiera estableció las siguientes tasas trimestrales: 6,5 % durante 3 meses, 6.65 % durante 6 meses, 6.75 % durante 9 meses y 6.85% durante 7 meses. ¿Qué interés deberá cancelarse al vencimiento del contrato?
3. Una deuda de \$ 32 000 contraída el 18 de junio para ser cancelada el 28 de agosto, y pactada originalmente a una tasa anual de interés del 24 %, sufre las siguientes variaciones: día 30 de junio, un 2,5 % mensual; el día 19 de julio, el 9 % trimestral; el día 13 de agosto, un 21 % semestral. ¿Qué interés se pagará al vencimiento? ¿Cuál es el total a pagar al final del periodo?

## 1.3 Descuento

Siendo el interés la razón de cualquier inversión, y este cada vez mayor en el tiempo, se obtendrá eficiencia en la medida que ese tiempo sea el menor posible, de ser viable la acción de anticiparse a la fecha pactada o determinada.

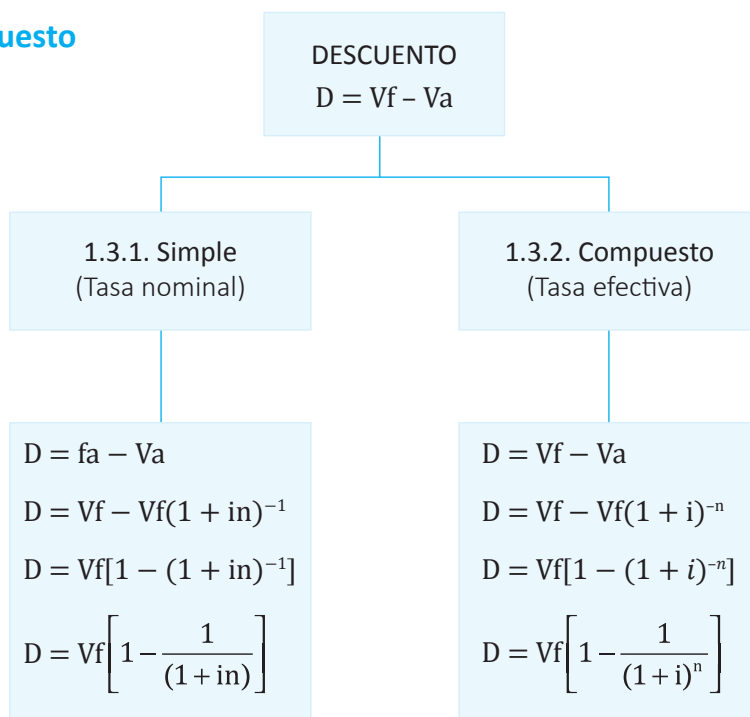
Las tasas de interés suelen permanecer inalterables en casos de adelanto, amortización o cancelación de deuda. Por otro lado existen pagos, como las penalizaciones, comisiones, gastos administrativos y otros, que de todos modos se tienen que considerar, ya que se cancelen o no según el trato realizado por la deuda.

La secuencia para su determinación es trivial, ya que se podría seguir el proceso simple de hallar el valor actual y luego la diferencia sería la solución buscada. Sin embargo, se puede facilitar el proceso volviéndolo más eficaz, pero tratándolo con los dos tipos de interés que ya se han estudiado en los capítulos anteriores acerca del interés simple y el compuesto. Esto significará hacer uso de las tasas nominales y efectivas correspondientes.

Este trabajo seguirá haciéndose con propósitos de análisis comparativo (solo de aprendizaje del tema), así es que se presentarán casos de descuentos (pagarés, notas de pago, deudas personales, etc.) y se resolverán como si fueran casos de interés simple, y a continuación como si fueran de interés compuesto. Sin embargo, será necesario, de acuerdo a las políticas económicas y financieras de cada país, considerar su aplicación precisa.

### 1.3.1. Simple

### 1.3.2. Compuesto



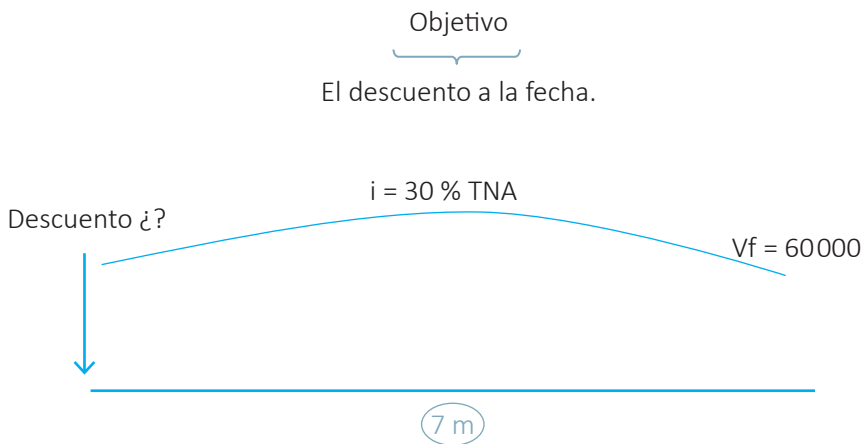
### Problemas resueltos de descuento

- ¿Cuál es el descuento a realizar a la fecha de un pagaré con valor nominal igual a \$ 60 000, y con vencimiento dentro de 7 meses, considerándose una tasa anual del 30 %?

#### A. Descuento simple

#### Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Vf = 60 000	$i = \frac{30\%}{12} \Rightarrow A:TNM$
n = 7 meses	
i = 30 % TNA	
Descuento = ¿?	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de descuento de interés simple, se tendrá:

$$D = Vf \left[ 1 - \frac{1}{(1 + in)} \right]$$

$$D = 60\,000 \left[ 1 - \frac{1}{(1 + A \times 7)} \right]$$

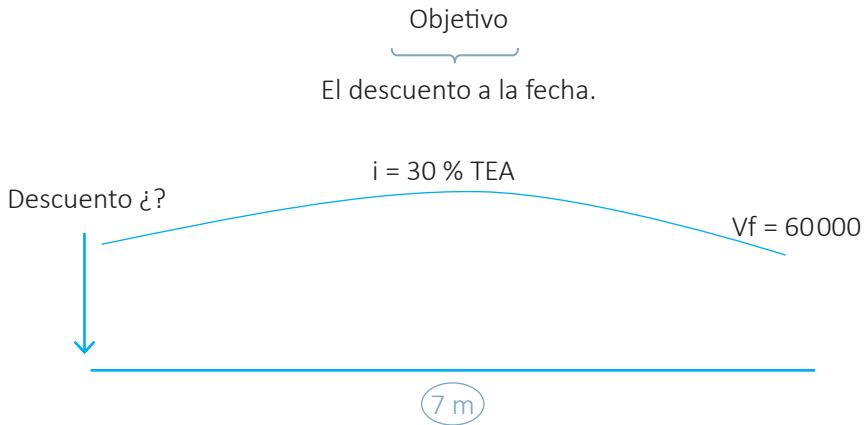
$$D = 8\,936,17$$

Interpretación: El descuento a la fecha es de \$ 8936,17.

## B. Descuento compuesto

## Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_f = 60\,000$	$i = (1 + 30\%)^{\frac{1}{12}} - 1 \Rightarrow A: \text{TEM}$
$n = 7 \text{ meses}$	
$i = 30\% \text{ TEA}$	
Descuento = $\zeta?$	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de descuento de interés compuesto, se tendrá:

$$D = Vf \left[ 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$$D = 60\,000 \left[ 1 - \frac{1}{(1+A)^7} \right]$$

$$D = 8\,514,58$$

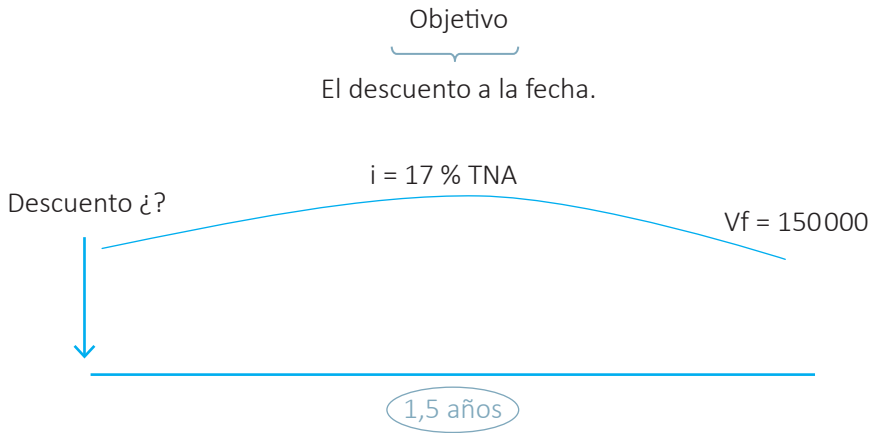
Interpretación: El descuento a la fecha es de \$ 8 514,58.

2. ¿Cuál es el descuento a realizar a la fecha de un pagaré con valor nominal igual a \$ 150 000 y con vencimiento dentro de 1 año y medio, considerándose una tasa cuatrimestral del 17 %?

A. Descuento simple

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Vf = 150 000	$i = 17 \% \times \frac{12}{4} \Rightarrow A: \text{TNA}$
n = 1,5 años	
i = 17 % TNC	
Descuento = ¿?	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de descuento de interés simple, se tendrá:

$$D = Vf \left[ 1 - \frac{1}{(1 + in)} \right]$$

$$D = 150\,000 \left[ 1 - \frac{1}{(1 + A \times 1,5)} \right]$$

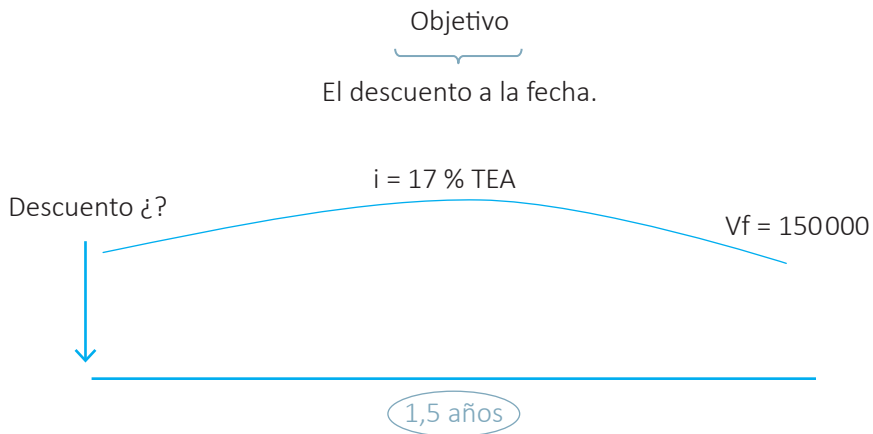
$$D = 65\,014,16$$

Interpretación: El descuento a la fecha es de \$ 65 014,16.

## B. Descuento compuesto

## Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Vf = 150 000	$i = (1 + 17\%)^{\frac{12}{4}} - 1 \Rightarrow A: \text{TEA}$
n = 1,5 años	
i = 17% TEC	
Descuento = ¿?	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de descuento de interés compuesto, se tendrá:

$$D = Vf \left[ 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$$D = 150\,000 \left[ 1 - \frac{1}{(1+A)^{1,5}} \right]$$

$$D = 75\,996,05$$

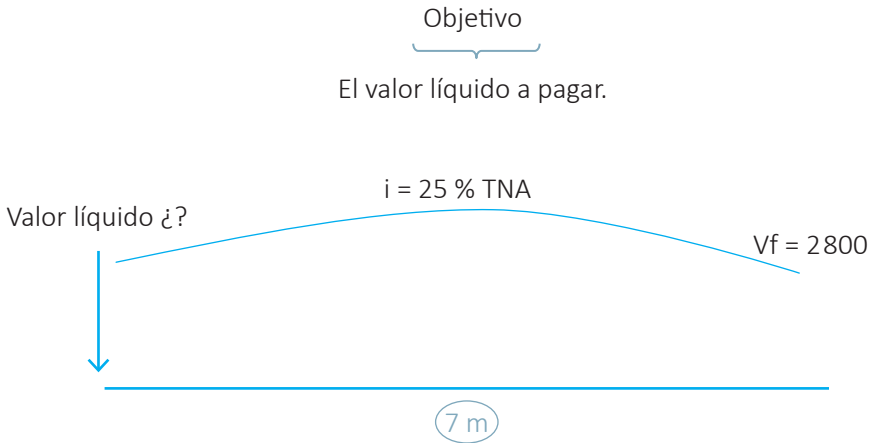
Interpretación: El descuento a la fecha es de \$ 75996,05.

3. Un pagaré con valor nominal igual a \$ 2 800 y con vencimiento dentro de 7 meses, se descuenta mediante una tasa anual del 25 %; los portes considerados para el caso ascienden a \$ 10,00 y las comisiones son de \$ 4,00. Determine el valor a liquidar.

A. Descuento simple

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Vf = 2 800	$i = \frac{25\%}{12} \Rightarrow A:TNM$
n = 7 meses	Portes = 10
i = 25 % TNA	Comisiones = 4
Descuento = ¿?	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de descuento de interés simple se tendrá:

$$D = Vf \left[ 1 - \frac{1}{(1 + in)} \right] = 2\,800 \left[ 1 - \frac{1}{(1 + A \times 7)} \right]$$

$$D = 356,36$$

$$D_T = (356,36 + 10 + 4) = 370,36$$

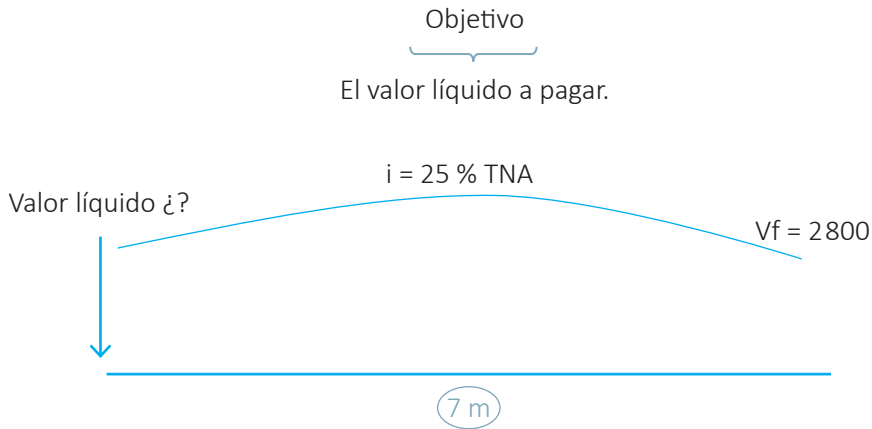
$$\text{Valor Líquido} = 2\,800 - 370,36 = 2\,429,63$$

Interpretación: El valor líquido a pagar es: \$ 2 429,63

## B. Descuento compuesto

## Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Vf = 2 800	$i = (1 + 25\%)^{\frac{1}{12}} - 1 \Rightarrow A:TEM$
n = 7 meses	Portes = 10
i = 25 % TEA	Comisiones = 4
Descuento = ¿?	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de descuento de interés simple, se tendrá:

$$D = Vf \left[ 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right] = 2\,800 \left[ 1 - \frac{1}{(1+A)^7} \right]$$

$$D = 341,74$$

$$D_T = (341,74 + 10 + 4) = 355,74$$

$$\text{Valor líquido} = 2\,800 - 355,74 = 2\,444,25$$

Interpretación: El valor líquido a pagar es \$ 2 444,25

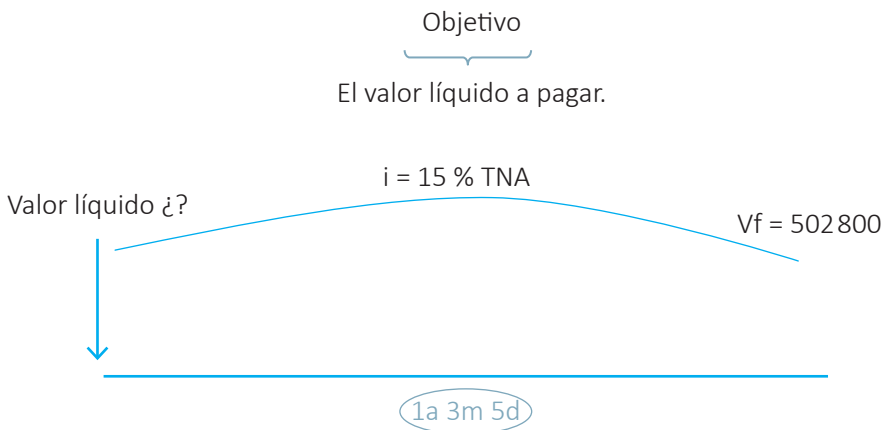


4. Un pagaré con valor nominal igual a \$ 502 800 y con vencimiento dentro de 1 año, 3 meses y 5 días, se descuenta mediante una tasa anual del 15 %; además, los portes considerados para el caso ascienden a \$ 15,00 y las comisiones son de \$ 10,00. Determine el valor a liquidar.

A. Descuento simple

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Vf = 2 800	n = 455 días
n = 1a 3m 5d	$i = \frac{15\%}{360} \Rightarrow A:TNM$
i = 15 % TNA	Portes = 15
Descuento = ¿?	Comisiones = 10

Proceso: Reemplazando en la fórmula de descuento de interés simple, se tendrá:

$$D = Vf \left[ 1 - \frac{1}{(1 + in)} \right] = 502\,800 \left[ 1 - \frac{1}{(1 + A \times 455)} \right]$$

$$D = 80\,130,99$$

$$D_T = (80\,130,99 + 15 + 10) = 80\,155,99$$

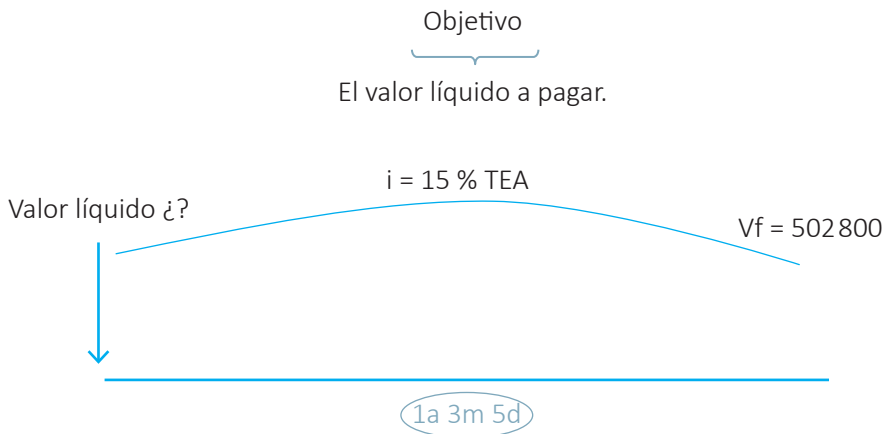
$$\text{Valor líquido} = 502\,800 - 80\,155,99 = 422\,644,00$$

Interpretación: El valor líquido a pagar es \$ 422644,00

## B. Descuento compuesto

## Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Vf = 2800	n = 455 días
n = 1a 3m 5d	$i = (1 + 15\%)^{\frac{1}{360}} - 1 \rightarrow A: \text{TNM}$
i = 15% TNA	Portes = 15
Descuento = ¿?	Comisiones = 10

Proceso: Reemplazando en la fórmula de descuento de interés simple, se tendrá:

$$D = Vf \left[ 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right] = 502\,800 \left[ 1 - \frac{1}{(1+A)^{455}} \right]$$

$$D = 81\,414,15$$

$$D_T = (81\,414,15 + 15 + 10) = 81\,439,15$$

$$\text{Valor líquido} = 502\,800 - 81\,439,15 = 421\,360,85$$

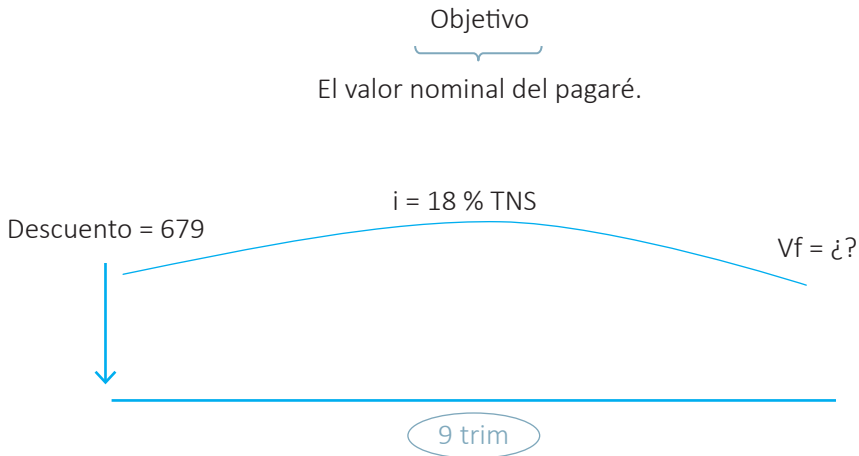
Interpretación: El valor líquido a pagar es \$ 422 644,00.

5. Se canceló un pagaré que vencía dentro de 9 trimestres al 18 % semestral, con un descuento de \$ 679,00. Determine el valor nominal del pagaré.

A. Descuento simple

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Vf = ¿?	$i = 18 \% \times \frac{3}{6} \Rightarrow A:TNT$
n = 9 trimestres	
i = 18 % TNS	
Descuento = 679	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de descuento de interés simple, se tendrá:

$$Vf = D \left[ 1 - \frac{1}{(1 + in)} \right]^{-1}$$

$$Vf = 679 \left[ 1 - \frac{1}{(1 + 9 \% \times 9)} \right]^{-1}$$

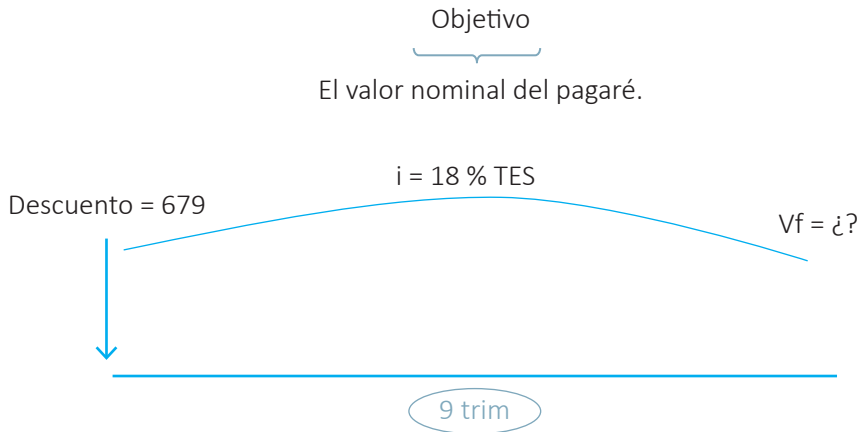
$$Vf = 1517,27$$

Interpretación: El valor nominal del pagaré es \$ 1517,27.

## B. Descuento compuesto

## Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Vf = ¿?	$i = (1 + 18\%)^{\frac{3}{6}} - 1 \Rightarrow A:TET$
n = 9 trimestres	
i = 18 % TES	
Descuento = 679	

Proceso: Reemplazando en la fórmula de descuento de interés simple, se tendrá:

$$Vf = D \left[ 1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right]^{-1}$$

$$Vf = 679 \left[ 1 - \frac{1}{(1+A)^9} \right]^{-1}$$

$$Vf = 2\,112,29$$

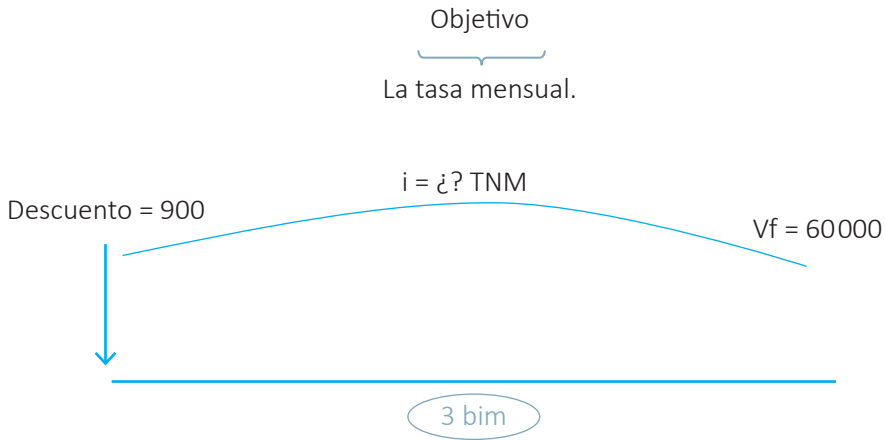
Interpretación: El valor nominal del pagaré es \$ 2 112,29.

6. Se cancela con un descuento de \$ 900, un pagaré de valor nominal igual a \$ 60 000, con 3 bimestres de anticipación. ¿Cuál fue la tasa mensual considerada?

A. Descuento simple

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Vf = 60 000	n = 6 meses
n = 3 bimestres	
i = ¿? TNM	
Descuento = 900	

Proceso: Despejando de la fórmula de descuento de interés simple, se tendrá:

$$i = \frac{D}{n(Vf - D)}$$

$$i = \frac{900}{6(60000 - 900)}$$

$$i = 0,00253807$$

Interpretación: La tasa nominal mensual es 0,2538 %.

## B. Descuento compuesto

## Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
$V_f = 60\,000$	$n = 6$ meses
$n = 3$ bimestres	
$i = \text{¿?} \text{ TEM}$	
Descuento = 900	

Proceso: Despejando de la fórmula de descuento de interés compuesto, se tendrá:

$$i = \sqrt[n]{\frac{V_f}{V_f - D}}$$

$$i = \sqrt[6]{\frac{60\,000}{60\,000 - 900}}$$

$$i = 0,00252211$$

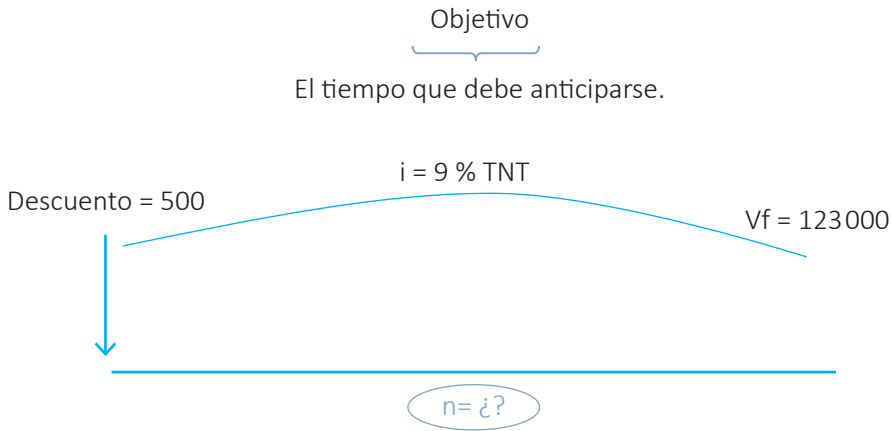
Interpretación: La tasa nominal mensual es 0,2522 %.

7. Se desea un descuento de \$ 500 por una deuda a pagar con \$ 123 000, al 9 % trimestral ¿Con cuánto tiempo de anticipación se debe cancelar el pagaré?

A. Descuento simple

Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Vf = 123 000	$i = 9\% \times 4 = 36\% \text{ TNA}$
n = ¿?	
i = 9 % TNT	
Descuento = 500	

Proceso: Despejando de la fórmula de descuento de interés simple, se tendrá:

$$n = \frac{D}{i(Vf - D)}$$

$$n = \frac{500}{36\%(123000 - 500)}$$

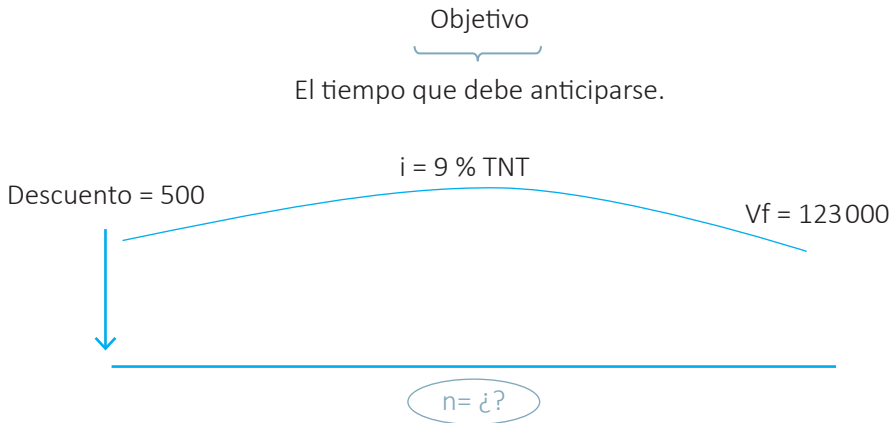
$$n = 0,01133787 \text{ años}$$

Interpretación: El tiempo que debe anticiparse es: 4,08 = 4 días

## B. Descuento compuesto

## Solución

Planteamiento:



Datos	Homogenización
Vf = 123 000	$i = (1 + 9\%)^4 - 1 \Rightarrow A:TEA$
n = ¿?	
i = 9 % TET	
Descuento = 500	

Proceso: Despejando de la fórmula de descuento de interés simple, se tendrá:

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{Vf}{Vf - D}\right)}{\text{Log}(1 + i)}$$

$$n = \frac{\text{Log}\left(\frac{123000}{123000 - 500}\right)}{\text{Log}(1 + A)}$$

$$n = 0,01181665 \text{ años}$$

Interpretación: El tiempo que debe anticiparse es 4,25 = 5 días.



## Problemas propuestos

1. ¿Cuál es el descuento a realizar a la fecha de un pagaré con valor nominal igual a \$ 50 000 y con vencimiento dentro de 97 semanas, considerándose una tasa anual del 20 %?
2. ¿Cuál es el descuento a realizar a la fecha de un pagaré con valor nominal igual a \$ 13 000 y con vencimiento dentro de 1 año y 9 meses, considerándose una tasa trimestral del 15 %?
3. Un pagaré con valor nominal igual a \$ 2900 y con vencimiento dentro de 7 meses, se descuenta mediante una tasa anual del 22 %; los portes considerados para el caso ascienden a \$ 12,00 y las comisiones son de \$ 6,00. Determine el valor a liquidar.
4. Un pagaré con valor nominal igual a \$ 50 000 y con vencimiento dentro de 1 año, 2 meses y 3 días, se descuenta mediante una tasa semestral del 8 %; los portes considerados para el caso ascienden a \$ 14,00 y las comisiones son de \$ 10,00. Determine el valor a liquidar.
5. Se canceló un pagaré que vencía dentro de 9 cuatrimestres al 28 % anual, con un descuento de \$ 1679,00. Determine el valor nominal del pagaré.
6. Se cancela con un descuento de \$ 2900, un pagaré de valor nominal igual a \$ 160 000, con 13 quincenas de anticipación. ¿Cuál fue la tasa mensual considerada?
7. Se desea un descuento de \$ 5500 por una deuda a pagar con \$ 23 000, al 4,9 % semanal ¿Con cuánto tiempo de anticipación se debe cancelar el pagaré?

## 1.4 Tasas de interés

### 1.4.1 Tasa de inflación

La inflación es un proceso económico caracterizado por alzas generalizadas y sostenidas de precios en el tiempo. Por alzas generalizadas de precios se entiende el aumento de todos los precios, es decir, los bienes y servicios, el precio del servicio del trabajo, etc. (Faría, 1997). Por otro lado, la inflación también puede definirse como el incremento generalizado de los precios de los bienes y servicios a lo largo de un periodo de tiempo prolongado, produciendo como consecuencia un descenso del valor del dinero y, por tanto, de su poder adquisitivo (Mimica, 2007)

Ya conceptualizada la inflación, es necesario definir los procesos relevantes en los cuales incurre el uso de las tasas de interés. En primer lugar, que la inflación se representa en porcentajes como toda tasa de interés (entonces se tiene una tasa de inflación), y segundo que, como toda tasa, tiene unidad de tiempo.

Determinar una tasa de interés efectiva en la realidad depende de algunos factores sociopolíticos importantes del entorno en el que se encuentra inmersa; en este caso, se considera a la inflación, que se representa a modo de porcentaje.

Luego, brindar una tasa efectiva para cuentas de ahorro tendrá un ajuste indispensable con respecto a la tasa de inflación, generándose de esa manera una tasa real.

$$r = \frac{1+i}{1+f} - 1$$

Es necesario recordar que para el uso de cualquier fórmula financiera se debe homogenizar la unidad de tiempo; en esta ocasión, con respecto al tiempo que el cliente requiere para mantener su cuenta de ahorro, esta postura se dirigirá al factor periodo. Entonces, la tasa real requerida y a obtenerse deberá tener la unidad de tiempo del periodo; consecuentemente, las tasas que incurren en la obtención de la misma deberán ser homogenizadas a dicha unidad de tiempo.

La inflación se caracteriza por tener una variación minúscula en el tiempo, esto es, varía lentamente, lo que permite proyectar con cierta precisión en base a datos históricos.

### Ejercicios

1. Se brindan las tasas de inflación de los tres meses consecutivos.

Enero = 0,25 %                      Febrero = 0,18 %                      Marzo = 0,07 %

Determine la tasa de inflación acumulada.

#### Solución

Entonces por tasas acumuladas obtendremos una tasa efectiva trimestral.

$$(1 + 0,25\%)(1 + 0,18\%)(1 + 0,07\%) - 1 = 0,005008$$

Esta tasa ahora tomará el nombre de tasa de inflación efectiva trimestral: FET = 0,5008 %.

2. Se tiene la inflación del primer cuatrimestre del 3,1 %, y de los dos meses siguientes del 1,2 % y 0,37 %. Determine la tasa de inflación semestral acumulada.

#### Solución

Datos: FEC = 3,1 %, FEM<sub>1</sub> = 1,2 %, FEM<sub>2</sub> = 0,37%.

Proceso: La inflación cuatrimestral acumulada y multiplicada por cada una de las inflaciones mensuales.

$$(1 + 3,1\%) \times (1 + 1,2\%) \times (1 + 0,37\%) - 1 = 0,047232$$

Interpretación: La FES acumulada es 4,72 %.

3. En un año regular, durante cinco meses la tasa de inflación mensual se mantuvo uniforme al 1,1 %, el cuatrimestre siguiente la FEB fue del 1.4 % y el tiempo restante la FET alcanzó el 4 %. Muestre la FEA.

#### Solución

Planeamiento:

Datos	Homogenización
FEM = 1,1 % ⇒ n = 5 meses	FEM = 1,1 % ⇒ n = 5 meses
FEB = 1,4 % ⇒ n = 4 meses	FEB = 1,4 % ⇒ n = 2 bimestres
FET = 4 % ⇒ n = 1 trimestre	FET = 4 % ⇒ n = 1 trimestre

Proceso:

$$(1 + 1,1\%)^5 (1 + 1,4\%)^2 (1 + 4\%) - 1 = 0,1295$$

Interpretación: La FEA acumulada es 12,95 %.

4. Se reportó una inflación anual del 32 %; si durante 11 meses la inflación acumulada es del 29,8 %, ¿a cuánto asciende la tasa de inflación del último mes?

### Solución

Planeamiento:

Tasa de inflación	Periodo
FEA = 32 %	1 año
FE <sub>(11m)</sub> = 29,8 %	11 meses
FEM = ¿?	1 mes

Proceso:

$$[1 + FE_{(11M)}] \times [1 + FE_{(1M)}] - 1 = FEA$$

$$(1 + 29,8 \%) \times (1 + k \%) - 1 = 32 \%$$

$$k \% = \frac{(1 + 32 \%) }{(1 + 29,8 \%) } - 1 = 0,016949$$

Interpretación: La FEM es 1,6949 %.

5. Un reporte muestra una tasa de inflación acumulada de 9 meses, igual a 10,5 %, teniendo como meta no pasar del 12 % anual. ¿Cuál será la tasa de inflación mensual uniforme en los tres meses restantes, necesaria para el logro de dicha meta?

### Solución

Planeamiento:

Tasa de inflación	Periodo
FEA = 12 %	1 año
FE <sub>(9m)</sub> = 10.5 %	9 meses
FEM = ¿?	3 meses

Proceso:

$$[(1 + FE_{(9M)}) \times (1 + FEM)^3] - 1 = FEA$$

$$(1 + 10,5 \%) \times (1 + k \%)^3 - 1 = 12 \%$$

$$k \% = \sqrt[3]{\frac{(1 + 12 \%) }{(1 + 10,5 \%)}} - 1 = 0,004504$$

Interpretación: La FEM es 0,4505 %.

6. Una FEB se encuentra al 7.12 %, considerándose una progresión aritmética a razón de un punto entre las tasas de inflación porcentual de un mes a otro. Se desea mostrar la tasa de inflación de cada mes.

### Solución

Planeamiento:

Tasa de inflación	Periodo
$FEM_1 = f \%$	Primer mes
$FEM_2 = (f + 1) \%$	Segundo mes
$FEB = 7,12 \%$	Bimestre - Total

Proceso:

$$(1 + f\%)[1 + (f + 1)\%] - 1 = 7,12 \%$$

$$(1 + f\%)(1,01 + f\%) = 1,0712$$

$$1,01 + 2,01f\% + (f\%)^2 = 1,0712$$

$$(f\%)^2 + 2,01f\% - 0,0612 = 0$$

$$f\% = \frac{-(2,01) + \sqrt{2,01^2 - 4(1)(-0,0612)}}{2(1)}$$

$$f\% = 0,03 \Rightarrow 3 \%$$

$$(f + 1)\% = 4 \%$$

Interpretación:

La inflación del primer mes es 3 %, y la del segundo mes es 4 %.

### Problemas propuestos

1. Se brindan las tasas de inflación de los tres meses consecutivos enero = 0,25 %, febrero = 0,18 % y marzo = 0,07 %. Determine la tasa de inflación acumulada.
2. Se tiene la inflación del primer cuatrimestre del 3,1 %, y de los dos meses siguientes del 1,2 % y 0,37 %. Determine la FES acumulada.
3. En un año regular, la tasa de inflación mensual se mantuvo uniforme al 1,1% durante cinco meses; el cuatrimestre siguiente, la FEB fue del 1,4 %; y el tiempo restante, la FET alcanzó el 4 %. Muestre la FEA.
4. Se reportó una FEA del 32 %; si durante 11 meses la inflación acumulada es del 29,8 %, ¿a cuánto asciende la última FEM?
5. Un reporte muestra una tasa de inflación acumulada de 9 meses igual a 10,5 %, teniendo como meta no pasar del 12 % anual. ¿Cuál será la FEM uniforme necesaria en los tres meses restantes?
6. Una FEB se encuentra al 7,12 %, considerándose una progresión aritmética a razón de un punto, entre las tasas de inflación porcentual de un mes a otro. Se desea mostrar la tasa inflación de cada mes.
7. Un reporte de inflación mensual se muestra a continuación en la siguiente tabla:

enero	1,02 %	julio	0,91 %
febrero	-0,94 %	agosto	0,33 %
marzo	0,84 %	setiembre	-0,44 %
abril	-0,21 %	octubre	-0,18 %
mayo	0,75 %	noviembre	0,27 %
junio	0,39 %	diciembre	-0,36 %

Determine las FEB tomados de dos meses continuos, las FET tomados de tres meses continuos, las FEC tomadas de cuatro meses continuos, las FES tomadas de seis meses continuos, y la tasa de inflación anual.

### 1.4.1 Tasa de inflación

Tasa real  $r = \frac{1+i}{1+f} - 1$

Tasa efectiva anual:  
 $i = 6\% \text{ TEA}$   
 Tasa de inflación anual:  
 $f = 2\% \text{ FEA}$   
 Tasa real anual:  
 $r = \text{¿? REA}$   
 Reemplazando en la fórmula  
 $r = \frac{1+6\%}{1+2\%} - 1 = 0,0392$   
 La tasa real anual:  
 $\text{REA} = 3,92\%$

Tasa de inflación  $f = \frac{1+i}{1+r} - 1$

Tasa efectiva trimestral:  
 $\text{TEB} = 2\% \Rightarrow \text{TEM} = 0,9951\%$   
 Tasa real anual:  
 $\text{REA} = 5\% \Rightarrow \text{REM} = 0,4074\%$   
 Tasa de inflación mensual:  
 $\text{FEM} = \text{¿?}$   
 $f = \frac{1+0,9951\%}{1+0,4074\%} - 1 = 0,005852$   
 Rpta: La tasa de inflación mensual es 0,59%

Tasa efectiva  $i = (1+f)(1+r) - 1$

Tasa de inflación bimestral:  
 $\text{FEB} = 3,5\% \Rightarrow \text{FEA} = 22,93\%$   
 Tasa real semestral:  
 $\text{RES} = 4,1\% \Rightarrow \text{REA} = 8,37\%$   
 Tasa efectiva anual:  
 $\text{TEA} = \text{¿?}$   
 $i = (1+22,93\%)(1+8,37\%) - 1$   
 $i = 0,332121$   
 Rpta: La tasa efectiva anual es 33,21%

## Problemas resueltos

1. ¿Cuál es la tasa efectiva real mensual que corresponde a una Tasa efectiva trimestral del 1.2 %, sabiendo que la inflación cuatrimestral es del 0.2 %?

### Solución

Planeamiento:

Datos	Homogenización
TET = 1,2 %	TEM = $(1 + 1,2 \%)^{1/3} - 1 = 0,3984 \%$
FEC = 0,2 %	FEM = $(1 + 0,2 \%)^{1/4} - 1 = 0,0499 \%$
REM = ?	REM = ?

Proceso:

$$r = \frac{1+i}{1+f} - 1 = \frac{1+0,3984 \%}{1+0,0499 \%} - 1 \Rightarrow r = 0,3483 \%$$

Interpretación: La tasa real mensual es del 0,3483 %.

2. Hallar la tasa de inflación anual, sabiendo que la TES = 4,5 % y la tasa real efectiva bimestral es del 0,97 %.

### Solución

Planeamiento:

Datos	Homogenización
TES = 4,5 %	TEA = $(1 + 4,5 \%)^2 - 1 = 9,2025 \%$
FEA = ?	FEA = ?
REB = 0,97 %	REA = $(1 + 0,97 \%)^6 - 1 = 5,9629 \%$

Proceso:

$$f = \frac{1+i}{1+r} - 1 = \frac{1+9,2025 \%}{1+5,9629 \%} - 1 \Rightarrow r = 0,030572$$

Interpretación: La tasa de inflación anual es del 3,0572 %.



3. Determinar la tasa de interés efectiva bimestral, si la tasa de inflación es 3 % y la tasa de interés real cuatrimestral es 10 %.

Solución

Planeamiento:

Datos	Homogenización
TEB = ?	TEB = ?
FEA = 3 %	$FEB = (1 + 3 \%)^{2/12} - 1 = 0,4938 \%$
REC = 10 %	$REB = (1 + 10 \%)^{2/4} - 1 = 4,8809 \%$

Proceso:

$$i = (1 + r) \times (1 + f) - 1$$

$$i = (1 + 0,4938 \%) \times (1 + 4,8809 \%) - 1$$

$$i = 0,053989$$

Interpretación: La tasa efectiva bimestral es del 5,39 % TEB.

4. ¿En cuánto tiempo una cuenta de ahorros a plazo fijo, abierta con \$ 2500, generará un interés de \$ 950? Considérese una Tasa nominal anual del 8 %, compuesta mensualmente y una inflación semestral del 1.5 %.

Solución

Planeamiento:

Datos	Homogenización
TNA = 8 % Cap. mensual	$TEA = \left(1 + \frac{8 \%}{12}\right)^{12} - 1 = 8,2999 \%$
FES = 1,5 %	$FEA = (1 + 1,5 \%)^2 - 1 = 3,0225 \%$
REA = ¿?	REA = ¿?

Proceso:

$$r = \frac{1+i}{1+f} - 1 = \frac{1+8,2999 \%}{1+3,0225 \%} - 1 \Rightarrow r = 5,1226 \% \text{ REA}$$

Se usa esta tasa para hallar el periodo:  $n = \frac{\text{Log}\left(\frac{3400}{2500}\right)}{\text{Log}(1+5,1226 \%)}$  = 6,1549 años

Interpretación: El objetivo se logrará a los 6 años, 1 mes y 26 días.

### Problemas propuestos

1. ¿Cuál es la tasa efectiva real mensual que corresponde a una tasa efectiva trimestral del 1,2 %, sabiendo que la inflación cuatrimestral es del 0,2 %?
2. Hallar la tasa de inflación anual, sabiendo que la TES = 4,5 %, y la tasa real efectiva bimestral es del 0,97 %.
3. Determinar la tasa de interés efectiva bimestral, si la tasa de inflación es 3 % y la tasa de interés real cuatrimestral es 10%.
4. ¿En cuánto tiempo una cuenta de ahorros a plazo fijo, abierta con \$ 2500, generará un interés de \$ 950? Considérese una tasa nominal anual del 8 % compuesta mensualmente y una inflación semestral del 1,5 %.

### 1.4.2 Tasa de devaluación

Tasa de devaluación

$$d = \frac{1 + MN}{1 + ME} - 1$$

El valor del dólar es 2,82, si hace dos meses fue de 2,79. Determine la tasa de devaluación anual proyectada.

**Solución:** Se podrá obtener una Devaluación Bimestral (DEB).

$$DEB = \frac{2,82}{2,79} - 1 = 1,0753 \%$$

$$DEA = (1 + 1,0753 \%)^6 - 1$$

$$DEA = 6,63 \%$$

Tasa en moneda extranjera

$$ME = \frac{1 + MN}{1 + d} - 1$$

Banco ofrece tea en moneda nacional

Tasa en moneda nacional anual:

$$MNA = 12 \%$$

Tasa de devaluación anual:

$$DEA = 6.63 \%$$

Tasa en moneda extranjera:

$$MEA = \text{¿?}$$

$$ME = \frac{1 + 12 \%}{1 + 6,63 \%} - 1 = 0,050361$$

**Rpta:** La tasa efectiva de esta entidad financiera en moneda extranjera es 5,04 %.

Tasa en moneda nacional

$$MN = (1 + ME)(1 + d) - 1$$

Banco ofrece tea en moneda extranjera

Tasa en moneda nacional anual:

$$MNA = \text{¿?}$$

Tasa de devaluación anual:

$$DEA = 6.63 \%$$

Tasa en moneda extranjera anual:

$$MEA = 10 \%$$

$$i = (1 + 10 \%)(1 + 6,63 \%) - 1$$

$$i = 17,29 \%$$

**Rpta:** La tasa efectiva de esta entidad financiera en moneda nacional es 17,29 %.

## Problemas resueltos

1. Se desea realizar una inversión, para lo cual se evalúan dos alternativas al 7 % TEA en moneda nacional (S/.), o al 2 % TES en moneda extranjera (\$). Si la devaluación es del 2,9 % anual, ¿cuál es la mejor opción?

### Solución

Planteamiento:

Hay dos opciones, definidas como P (moneda nacional) y Q (moneda extranjera).

Primero se homogeniza la unidad de tiempo (ANUAL) de ambas opciones P y Q.

Luego se homogeniza la moneda de ambas opciones P y Q.

Finalmente se comparan en la misma unidad de tiempo y en la misma moneda.

Proceso:

Datos	Homogenización de tiempo	Homogenización de moneda
P: MNA = 7 %	MNA = 7 %	MNA = $(1 + 4,04 \%) (1 + 2,9 \%) - 1$
Q: MES = 2 %	MEA = $(1 + 2 \%)^2 - 1$	MNA = 7,06 %
DEA = 2,9 %	MEA = 4,04 %	
	DEA = 2.9 %	

Interpretación:

La opción P (MN) ofrece una tasa efectiva anual en moneda nacional del 7 %.

La opción Q (ME) ofrece una tasa efectiva anual convertida a moneda nacional del 7,06 %.

La mejor opción será la entidad Q en moneda extranjera por ofrecer una mayor tasa.

2. Considerando que el precio del dólar se encuentra en 2,93 y hace cuatro meses fue de 2,89. Determine la mejor alternativa de una inversión mensual en soles al 6 % TES, o en dólares al 2 % TET.

Solución

Planteamiento:

$$DEC = \frac{2,93}{2,89} - 1 = 1,38 \%$$

Se tienen dos opciones, definidas como P (moneda nacional) y Q (moneda extranjera).

Primero se homogeniza la unidad de tiempo (MENSUAL) de ambas opciones P y Q.

Segundo se homogeniza la moneda de ambas opciones P y Q.

Finalmente, se comparan en la misma unidad de tiempo y en la misma moneda.

Proceso:

Datos	Homogenización de tiempo	Homogenización de moneda
P: MNS = 6 %	MNM = $(1 + 7 \%)^{(1/6)} - 1$ MNM = 1,134 %	
Q: MET = 2 %	MEM = $(1 + 2 \%)^{(1/3)} - 1$ MEM = 0,662 %	MNA = $(1 + 0,34 \%)(1 + 0,662 \%) - 1$ MNA = 1,004 %
DEC = 1,38 %	DEM = $(1 + 1,38 \%)^{(1/4)} - 1$ DEM = 0,34 %	

Interpretación:

La opción P (MN) ofrece una tasa efectiva mensual en moneda nacional, del 1,134 %

La opción Q (ME) ofrece una tasa efectiva anual convertida a moneda nacional, del 1,004 %

La mejor alternativa será la entidad P en moneda nacional por ofrecer una mayor tasa.

3. Se desea contar con un financiamiento a 13 meses, de una de dos entidades; la primera ofrece al 8 % TEA en soles y la segunda al 1,1 % TEB en dólares, considerándose una devaluación mensual del 0,26 %. Determine la mejor propuesta.

### Solución

Planteamiento:

Se tienen dos opciones, definidas como P (moneda nacional) y Q (moneda extranjera).

Primero se homogeniza la unidad de tiempo (Del periodo – 13 meses) de ambas opciones.

Luego se homogeniza la moneda de ambas opciones P y Q.

Finalmente, se comparan en la misma unidad de tiempo y en la misma moneda.

Proceso:

Datos	Homogenización de tiempo	Homogenización de moneda
P: MNA = 8 %	$MNP = (1 + 8 \%)^{(13/12)} - 1$ MNP = 8,69 %	
Q: MEB = 1,1 %	$MEP = (1 + 1,1 \%)^{(13/2)} - 1$ MEP = 7,37 %	MNP = $(1 + 3,43 \%)(1 + 7,37 \%) - 1$ MNP = 11,05 %
DEM = 0,26 %	$DEP = (1 + 0,26 \%)^{(13/1)} - 1$ DEP = 3,43 %	

Interpretación:

La opción P (MN) ofrece una tasa efectiva mensual en moneda nacional, del 8,69 %.

La opción Q (ME) ofrece una tasa efectiva anual convertida a moneda nacional, del 11,05 %.

La mejor propuesta será la entidad Q en moneda extranjera por ofrecer una menor tasa para el crédito.

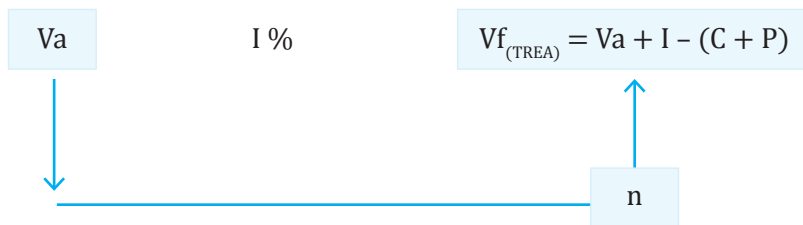
## Problemas propuestos

1. Se desea realizar una inversión, para lo cual se evalúan dos alternativas al 7 % TEA en moneda nacional (S/.) o al 2 % TES en moneda extranjera (\$). Si la devaluación es del 1.5% anual, ¿cuál es la mejor opción?
2. Considerando que el precio del dólar se encuentra en 2.93 y hace cuatro meses fue de 2.87, determine la mejor alternativa de una inversión mensual en soles al 6 % TES, o en dólares al 2 % TET.
3. Se desea contar con un financiamiento a 13 trimestres, de una de dos entidades; la primera ofrece al 8 % TEA en soles y la segunda al 1.15 % TEB en dólares, considerándose una devaluación mensual del 0.28 %. Determine la mejor propuesta.

### 1.4.3 Tasa de rendimiento efectiva anual (TREA)

Toda cuenta de ahorros se encuentra afectada por reducciones como parte del servicio prestado por el cuidado del dinero. Estos son los portes y las comisiones. Luego, al valor final que por definición es la suma del valor actual más el interés ganado en un periodo determinado, se le restará el importe de tales portes y comisiones, para ser entregados a su destino-cliente.

Ya que este nuevo valor final (reducido) no es el mismo al obtenido inicialmente acompañado del valor presente o actual, y considerando el periodo dispuesto, se podrá obtener una tasa de interés que muestre el verdadero rendimiento del capital expuesto, esto es, una tasa de rendimiento efectivo en el periodo (TREP). Sin embargo, es necesario convertir esta tasa a una unidad de tiempo estándar, es decir, la tasa de rendimiento efectiva anual (TREA)



## Problemas de aplicación

1. Se cierra una cuenta de ahorros abierta hace 5 meses al 8 % de tasa efectiva anual, considerándose al momento de la entrega del monto acumulado, S/. 3 de portes y S/. 10 en envío de cuenta.
  - a. Determine la cantidad retirada por el cliente al cerrar la cuenta.
  - b. Determine la TREA.

### Solución

Planteamiento:

Datos	
$V_a = 6\,500$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar el interés obtenido en el tiempo.</li> <li>• Al “Va” sumarle el interés y restarle las comisiones y portes.</li> <li>• Determinar la nueva tasa sobre la nueva información.</li> </ul>
$n = 5$ meses	
$i = 8\%$ TEA	
Portes = S/. 3 × mes	
Envío de cuenta = 10	

Proceso:

Determinar el interés obtenido en el tiempo.

$$I = 6\,500 \left[ (1 + 8\%)^{\frac{5}{12}} - 1 \right] = 211,81$$

“Va” más el interés y menos las comisiones y envío

$$\text{Portes} + \text{Mantenimiento} = 3 \times 5 + 10 = 25$$

$$V_f = 6\,500 + 211,81 - 25 = 6\,686,81$$

Determinar la nueva tasa sobre la nueva información

$$i = \frac{5}{12 \sqrt{\frac{6\,686,81}{6\,500}}} - 1 = 7,04\%$$

Interpretación: La TREA es 7,04 %.



2. Se ofrece el 6 % de tasa efectiva trimestral, por una cuenta de ahorros abierta con S/. 72500 durante 1 semestre. Los portes serán S/. 2,5 mensuales y S/. 9 de mantenimiento.
- Determine la cantidad retirada por el cliente al cerrar la cuenta.
  - Determine la TREA.

### Solución

Planteamiento:

Datos	
$V_a = 72\,500$ $n = 1$ semestre $i = 6\%$ TET Portes = S/. $2.5 \times \text{mes}$ Mantenimiento = 10	<ul style="list-style-type: none"> <li>Determinar el interés obtenido en el tiempo.</li> <li>Al “Va” sumarle el interés y restarle las comisiones y portes.</li> <li>Determinar la nueva tasa sobre la nueva información.</li> </ul>

Proceso:

Determinar el interés obtenido en el tiempo.

$$I = 72\,500 \left[ (1 + 6\%)^{\frac{6}{3}} - 1 \right] = 8\,961$$

“Va” más el interés y menos las comisiones y envío

$$\text{Portes} + \text{Mantenimiento} = 2,5 \times 6 + 9 = 24$$

$$V_f = 72\,500 + 8\,961 - 24 = 81\,437$$

Determinar la nueva tasa sobre la nueva información

$$i = \frac{6}{12 \sqrt{\frac{81\,437}{72\,500}}} - 1 = 26,17\%$$

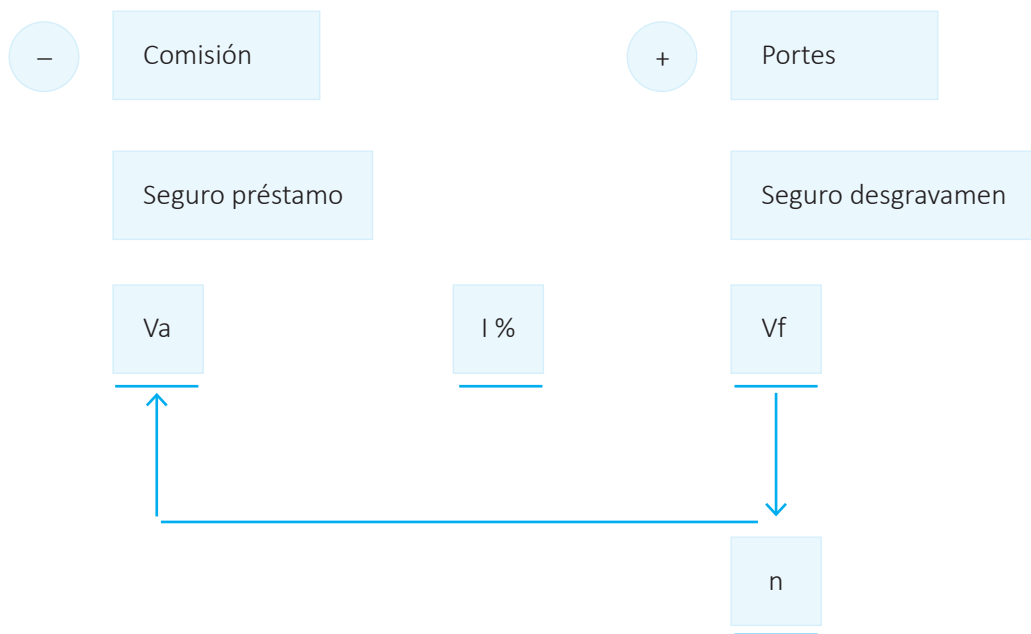
Interpretación: La TREA es 26,17 %.

#### 1.4.4 Tasa del costo efectivo anual (TCEA)

Todo crédito está sujeto a algunas modificaciones, tanto al momento de la entrega como al momento del depósito; estos cambios se realizan de modo particular según la entidad financiera y bajo parámetros regulatorios definidos por la región en la que se encuentre. Consideraremos en esta ocasión una disminución del valor actual a entregar al prestatario, por comisión y seguro de préstamo, lo que sin duda generará un nuevo valor actual.

Luego, al momento de realizar el pago o depósito pactado con el valor actual original, al monto se le agregarán los portes y/o el seguro de desgravamen, generándose de manera similar un nuevo y real valor final a cobrarse y cancelarse.

Estos nuevos valores (actual y final) son las transacciones reales realizadas en el periodo determinado, lo que permitirá determinar la tasa real del costo efectivo que ha generado tal crédito, a ella se le denomina Tasa del costo efectivo del periodo (TCEP, y de ella se determina la Tasa del costo efectivo anual (TCEA).



## Problemas resueltos

1. Una deuda contraída al 4 % TEM por un valor nominal de S/. 5000 con una comisión de S/. 10 y un seguro de préstamo de S/. 20, se cancela en 5 meses cobrándose portes de S/. 5 y el seguro de desgravamen de S/. 7. Determine la tasa del costo efectivo anual.

### Solución

Planteamiento:

Determinar el nuevo valor actual (entregado).

Determinar el nuevo valor final (cancelado).

Con los datos anteriores hallamos la TCEA.

Proceso:

$$Vf = 5\,000(1 + 4\%)^5 = 6\,083,26$$

Interés compuesto	Costo efectivo
$Va = 5\,000$	$Va = 5000 - 10 - 20 = 4\,970$
$Vf = 6\,083,26$	$Vf = 6083,26 + 5 + 7 = 6\,095,26$
$n = 5$ meses	$n = 5$ meses = $\frac{5}{12}$ años
$i = 4\%$ TEM	$i = \sqrt[5/12]{\frac{6095,26}{4970}} = 63,20\% \Rightarrow$ TCEA

Interpretación:

La tasa del costo efectivo anual es 63,20 %.

2. Se realiza un préstamo por S/. 3000 a un plazo fijo de 10 meses, bajo una TEA del 8 %; si la comisión es del 5 % y el seguro asciende al 2 %, determine el préstamo neto, el interés total a pagar, la tasa del costo efectivo del periodo y la tasa del costo efectivo anual, sabiendo que existe un seguro de desgravamen del 3 % y portes de S/. 20.

### Solución

Planteamiento:

Determinar el nuevo valor actual (entregado)

Determinar el nuevo valor final (cancelado)

Hallamos el interés, TCEP y TCEA

Proceso:

$$V_f = 3000 \left[ (1 + 8\%)^{\frac{10}{12}} - 1 \right] = 198,71$$

Interés compuesto	Costo efectivo
$V_a = 3000$	$V_a = 3000 - 5\%(3000) - 2\%(3000) = 2790$
$V_f = 3198,71$	$V_f = 3198,71 + 20 + 3\%(3000) = 3308,71$
$n = 10$ meses	$n = 10$ meses = $\frac{10}{12}$ años
$i = 8\%$ TEA	$I, TCEP, TCEA = ?$

El interés total:

$$I = V_f - V_a = 3308,71 - 2790 = 518,71$$

Se usa el valor final y actual.

$$i = \frac{3308,71}{2790} - 1 = 18,59\% \Rightarrow TCEP$$

$$i = (1 + 18,59\%)^{\frac{12}{10}} - 1 = 22,70\% \Rightarrow TCEA$$

Interpretación:

El préstamo neto fue de S/. 2790.

El interés total a pagar es de S/. 518,71.

La TCEP es 18,59 %.

La TCEA es 22,70 %.

## Problemas propuestos

1. Se cierra una cuenta de ahorros abierta hace 2,5 trimestres al 4,8 % de tasa efectiva semestral, considerándose al momento de la entrega del monto acumulado S/. 5 anuales de portes y S/. 10 en envío de cuenta.
  - a. Determine la cantidad retirada por el cliente al cerrar la cuenta.
  - b. Determine la TREA.
2. Se ofrece el 5 % de tasa efectiva bimestral, por una cuenta de ahorros abierta con S/. 2800 durante 19 semanas. Los portes serán S/. 2,5 quincenales y S/. 9 de mantenimiento.
  - a. Determine la cantidad retirada por el cliente al cerrar la cuenta.
  - b. Determine la TREA.
3. Una deuda contraída al 3,4% TEM por un valor nominal de S/. 56 000 con una comisión de S/. 20 y un seguro de préstamo de S/. 15, se cancela en 5 años cobrándose portes de S/. 15 y el seguro de desgravamen de S/. 27. Determine la tasa del costo efectivo anual.
4. Se realiza un préstamo por S/. 8000 a un plazo fijo de 10 cuatrimestres, bajo una TEC del 5,8 %; si la comisión es del 4 % y el seguro asciende al 1,2%, determine el préstamo neto, el interés total a pagar, la tasa del costo efectivo del periodo y la tasa del costo efectivo anual, sabiendo que existe un seguro de desgravamen del 2 % y portes de S/. 15.





Impreso en los talleres gráficos de



Surquillo