RESISTENCIA DE MATERIALES

Teoría y aplicaciones

EDITORIAL MACRO®

España - México - Colombia - Chile - Ecuador - Perú - Bolivia - Uruguay - Guatemala - Costa Rica

Resistencia de materiales
Autor: Ing. Luis Eduardo Gamio Arisnabarreta

Corrección de estilo:
Jorge Giraldo Sánchez

Coordinación de arte y diseño:
Alejandro Marcas León

Diagramación:
Judith Terrel Flores
Alberto Rivas Carhuatanta

Ilustración:
Miguel Almeida Rojas

Edición a cargo de:
© Empresa Editora Macro EIRL
Av. Paseo de la República N.° 5613, Miraflores, Lima, Perú

Teléfono: (511) 748 0560
E-mail: proyecto@editorialmacro.com
Página web: www.editorialmacro.com

Primera edición: julio de 2014
Tiraje: 1000 ejemplares

Impresión
Talleres gráficos de la Empresa Editora Macro EIRL
Jr. San Agustín N.° 612-624, Surquillo, Lima, Perú

ISBN N.° 978-612-304-209-7
Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.° 2014-08668

LUIS EDUARDO GAMIO ARISNABARRETA

Ingeniero civil egresado de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Ingeniería, con más de veinticinco años de experiencia profesional en el área de Ingeniería Estructural. Ha trabajado en diversas empresas privadas, como Alpha Consult S. A., Salydel Ingenieros, entre otras. Actualmente se desempeña como ingeniero estructural en la Empresa Tecamb S.A.

Además, ha participado en numerosos proyectos de agua potable y alcantarillado, diseñando estructuralmente reservorios, cisternas y cámaras de bombeo de gran volumen. Desde hace veintiocho años dicta los cursos de Estática y Resistencia de Materiales, en la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Ingeniería.

DEDICATORIA

A todos los estudiantes de Ingeniería, esperando que esta obra sea de mucha utilidad y fácil comprensión.

ÍNDICE

RESISTENCIA DE MATERIALES

INTRODUCCIÓN

Este libro sale a la luz tras veintiocho años de experiencia docente en la Universidad Nacional de Ingeniería, y se basa en los apuntes de clase del curso Resistencia de Materiales.

El texto contiene información conocida y también inédita, como las tablas de flechas máximas en vigas con diversos tipos de apoyo y cargas, que se logró a partir de una intensa búsqueda de información, investigación y consulta de una amplia bibliografía.

El curso es obligatorio en la mayoría de las carreras de Ingeniería; según el plan curricular, se desarrolla en el tercer año de la carrera, siendo fundamental para el aprendizaje de la Ingeniería Estructural.

La presente publicación contiene los siguientes temas:

- Esfuerzo normal y cortante
- Deformación unitaria normal y cortante
- Deformaciones debido a carga axial
- Deformaciones debido al peso propio
- Deformaciones debido a la temperatura
- Esfuerzo y deformación en dos y tres direcciones
- Estado plano de esfuerzos
- Estado plano de deformaciones
- Esfuerzos en recipientes de pared delgada
- Torsión en secciones circulares y anulares
- Torsión en secciones macizas no circulares
- Torsión en secciones de pared delgada
- Torsión en bridas
- Torsión en ejes que transmiten potencia
- Diagramas de cortante y momento en vigas
- Esfuerzos por flexión en vigas
- Esfuerzos por corte en vigas
- Deformaciones en vigas: Método de integración
- Deformaciones en vigas: Método de área de momento
- Deformaciones en vigas: Método de viga conjugada
- Deformaciones en vigas: Método de superposición
- Tablas de flechas máximas en vigas
- Tablas de centro de gravedad de superficies planas
- Tablas de momento de inercia de superficies planas

Además, se incluyen 300 aplicaciones.

RESISTENCIA DE MATERIALES

Es la ciencia que estudia los materiales que son sometidos a esfuerzos, así como las deformaciones causadas por dichos esfuerzos.

Alfabeto griego

Es utilizado en el curso, y consta de las siguientes letras:

α	(Alfa) Ángulo, coeficiente térmico
β	(Beta) Ángulo
δ	(Delta) Deformación
ε	(Épsilon) Deformación unitaria normal
γ	(Gamma) Deformación unitaria cortante, peso específico
λ	(Lambda) Constante de Lamé
μ	(Mu) Módulo de Poisson
ω	(Omega) Velocidad angular
ϕ	(Phi) Ángulo
π	(Pi) Ángulo, número
ρ	(Rho) Radio
σ	(Sigma) Esfuerzo normal
τ	(Tau) Esfuerzo cortante
θ	(Theta) Ángulo

TIPOS DE UNIDADES

(Utilizadas en diversos textos)

Longitud

Milímetro	: mm
Centímetro	: cm
Metro	: m
1 pulgada	: 1´´
1pie	: 1´

1´´ < > 2.54 cm
1´ < > 12´´ < > 30.48 cm

PREFIJO	ABREVIATURA	SE MULTIPLICA POR
nano	n	10^{-9}
micro	µ	10^{-6}
mili	m	10^{-3}
KILO	K	10^{3}
MEGA	M	10^{6}
GIGA	G	10^{9}

Área

(Unidades de longitud)^2

Fuerza

Kilogramo	: kg
Libra	: lb
Tonelada	: T
Newton	: N

1T<> 10^3 kg
1kg <> 9.81 N
1kN <> 10^3 N
1Kip <> 1KLb <> 10^3 lb

Esfuerzo (Fuerza/Área)

Pascal	: Pa
Kilo Pascal	: KPa
Mega Pascal	: MPa
Giga Pascal	: GPa

kg/cm^2
$lb/pulg^2$
N/m^2

1 Pa < > 1N/m^2
1 KPa < > 10^3 N/m^2
1 MPa < > 10^6 N/m^2
1 GPa < > 10^9 N/m^2
1 lb/pulg^2 < > 1P.s.i.
1 KLb/pulg^2 < > 1K.s.i
1 lb/pie^2 < > 1P.s.f.
1 KLb/pie^2 < > 1 K.s.f.

CAPÍTULO

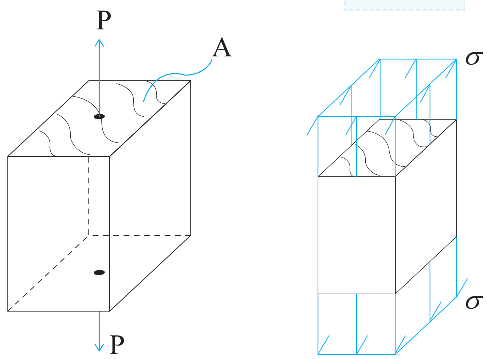
1

ESFUERZO

El esfuerzo es una fuerza distribuida en una superficie.

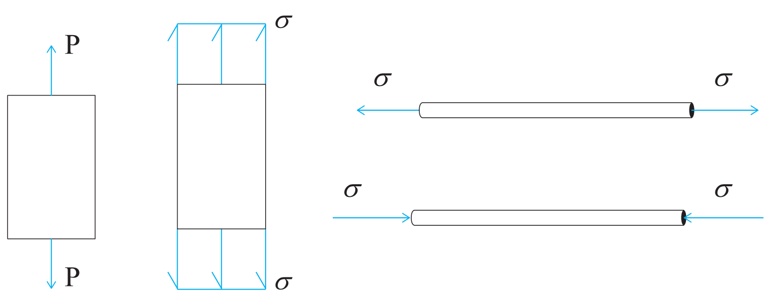
1.1 Esfuerzo normal (σ)

$$\sigma = \frac{P}{A}$$



La fuerza P es perpendicular al área A.

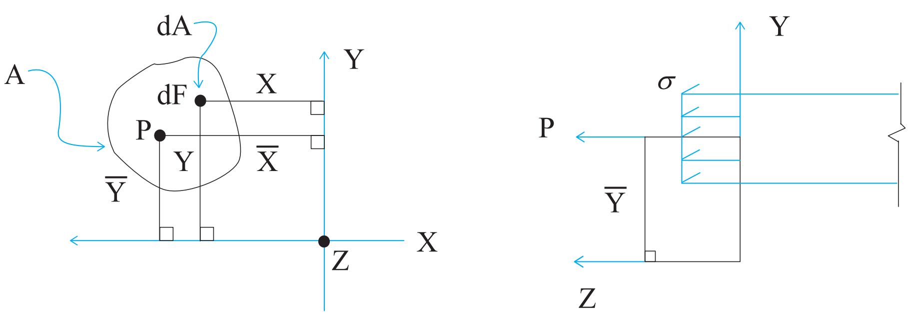
σ = Esfuerzo promedio



Esfuerzo normal de tracción

Esfuerzo normal de compresión

La fuerza P debe estar aplicada en el centro de gravedad del área (A) para que el esfuerzo normal (σ) sea uniforme.



$\sigma =$ Constante $\qquad P = \int dF$

$\sigma A = P \qquad dF = \sigma \ dA$

$$Mx = P\bar{y} = \int ydF = \int y\sigma dA$$

$$\sigma A\bar{y} = \sigma\int ydA \rightarrow \bar{y} = \frac{\int ydA}{A} --- (1)$$

$$My = P\bar{x} = \int xdF = \int x\sigma dA$$

$$\sigma A\bar{x} = \sigma\int xdA \rightarrow \bar{x} = \frac{\int xdA}{A} --- (2)$$

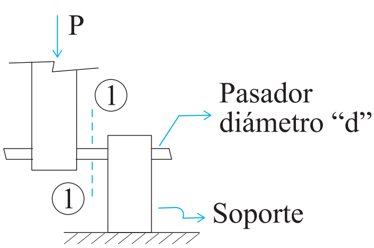
Las expresiones 1 y 2 son las coordenadas del centro de gravedad del área A .

1.2 Esfuerzo cortante (τ)

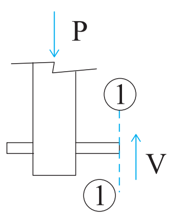
$$\sigma = \frac{P}{A}$$

La fuerza P es paralela al área A.
El esfuerzo es promedio en toda la sección.

Corte simple



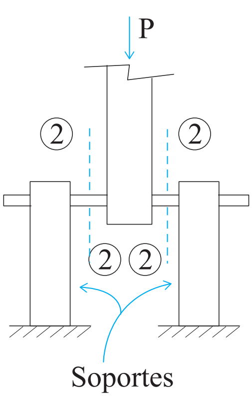
Sección 1 - 1



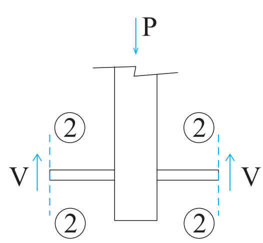
$V = P$

$$\sigma = \frac{P}{\pi\frac{d^2}{4}} = \frac{4P}{\pi d^2}$$

Corte doble



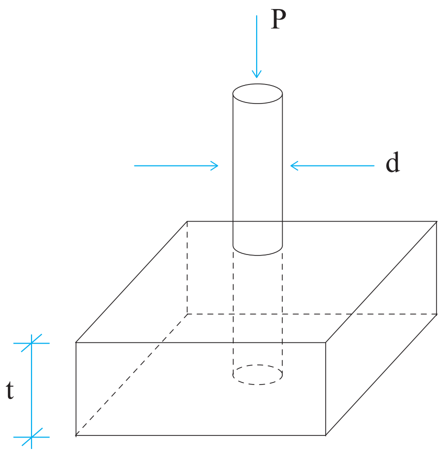
Sección 2 - 2



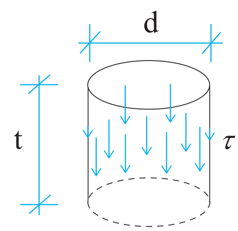
$V = \frac{P}{2}$

$$\sigma = \frac{P/2}{\pi\frac{d^2}{4}} = \frac{2P}{\pi d^2}$$

Otra forma:

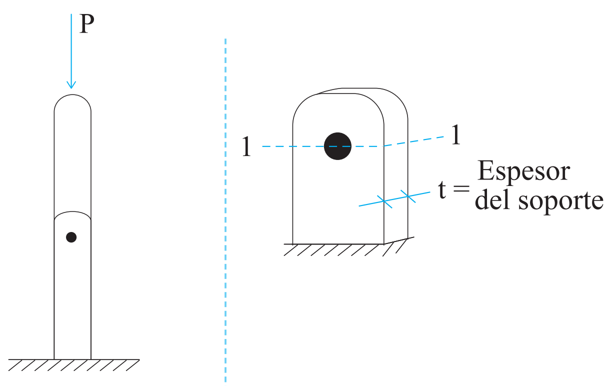


Superficie analizada:
Superficie lateral del cilindro



$$\tau = \frac{P}{A} = \frac{P}{\pi dt}$$

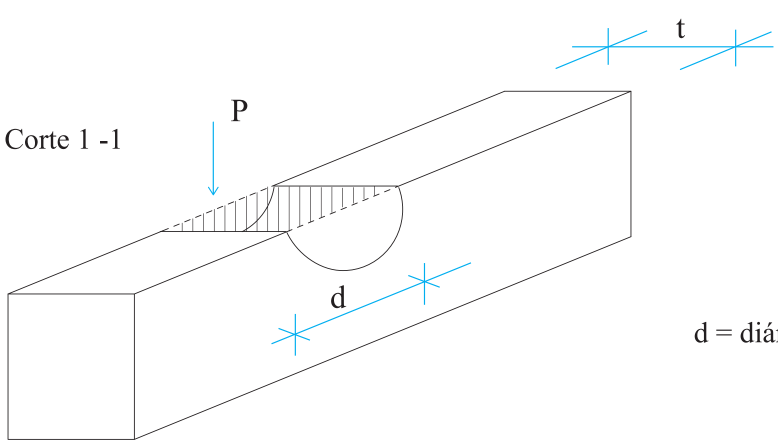
1.3 Esfuerzo de apoyo o de aplastamiento (σ)



$\sigma \rightarrow$ Esfuerzo promedio

$$\sigma = P/A$$

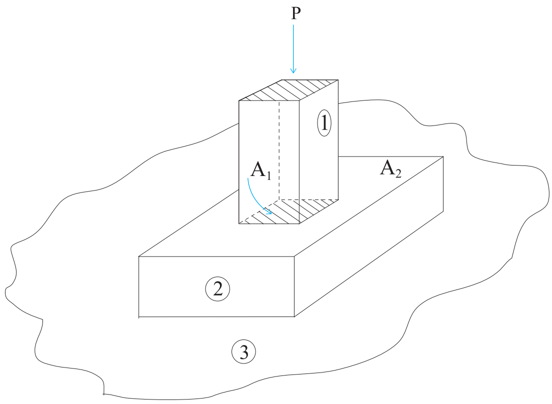
Corte 1 -1



$$\sigma = \frac{P}{td}$$

d = diámetro de pasador

El esfuerzo de apoyo tiene la característica de producirse cuando hay 2 superficies en contacto, y debido a las fuerzas actuantes una de las superficies se apoya en la otra.



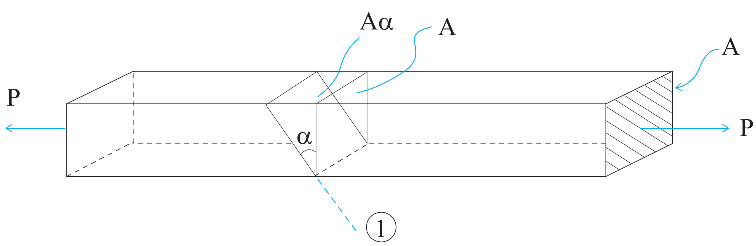
Entre ① columna y ② zapata, el área común de contacto es:

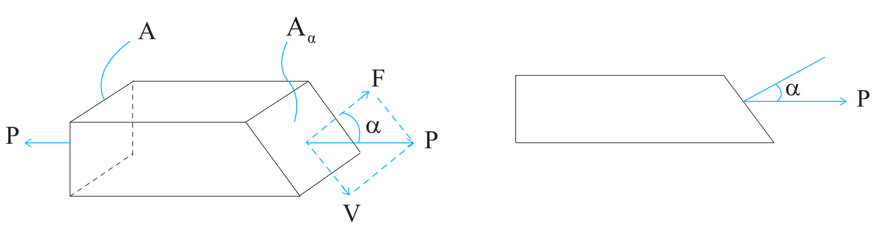
$$A_1 \quad \therefore \quad \sigma = P/A_1$$

Entre ② zapata y ③ suelo, el área común de contacto es A_2

$$\therefore \ \sigma = P/A_2$$

1.4 Esfuerzos en un plano inclinado





Con relación al plano inclinado:

Esfuerzo normal

Esfuerzo cortante

$$\sigma = F / A\alpha ----(1)$$

$$\tau = V / A\alpha ----(2)$$

$$F = P \cos \alpha ----(3)$$

$$V = P \operatorname{sen} \alpha ----(4)$$

$$A\alpha \cos\alpha = A \rightarrow A\alpha = A / \cos\alpha ----(5)$$

Reemplazando las expresiones 3, 4 y 5 en 1 y 2:

Esfuerzo normal $$\sigma = \frac{P}{A}\cos^2\alpha$$

Esfuerzo cortante $$\tau = \frac{P}{A}\,\text{sen}\,\alpha\,\cos\alpha$$

Observación:

1) σ máximo Si $\alpha = 0^o \rightarrow \sigma = \dfrac{P}{A}$

2) τ máximo Si $\alpha = 45^0 \rightarrow \tau = \dfrac{P}{2A}$

1.5 Esfuerzo admisible – Factor de seguridad

$$F.S. = \frac{\sigma u}{\sigma a} \qquad F.S. = \frac{\tau u}{\tau a} \qquad F.S. = \frac{Pu}{Pa}$$

*F.S. = Factor de seguridad F.S. > 1

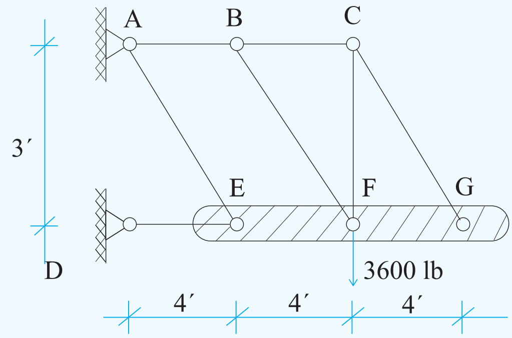
τ_u, σ_u = Esfuerzo último, esfuerzo de rotura o esfuerzo final.

σ_a, τ_a = Esfuerzo admisible $\rightarrow$ Es el máximo esfuerzo al que debe ser sometido un material, asegurándose así un desempeño seguro.

* Los factores de seguridad están especificados en las normas de diseño.

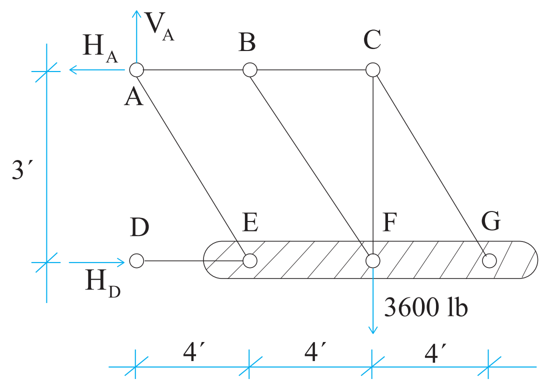
Problema 1

La barra rígida EFG está soportada por la armadura mostrada. Determinar el área de la sección transversal del elemento AE y DE, para la cual el esfuerzo normal en el elemento es de 15000 lb/pulg^2



Solución:

Diagrama de cuerpo libre



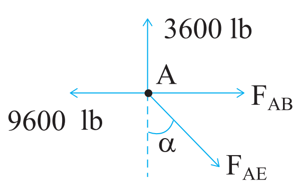
$$\Sigma M_A = O \rightarrow H_D\ (3) = 3600\ (B) \rightarrow H_D = 9600 \text{ lb}$$

$$\Sigma F_H = O \rightarrow H_D = H_A = 9600 \text{ lb}$$

$$\Sigma F_V = O \rightarrow V_A = 3600 \text{ lb}$$

Nudo D: $= H_D = F_{DE} = 9600$ lb

Nudo A:



$$\cos \propto = 3/5$$

$$\Sigma F_v = O\ ;\ F_{AE} \cos \propto = 3600$$

$$F_{AE} = 6000 \text{ lb}$$

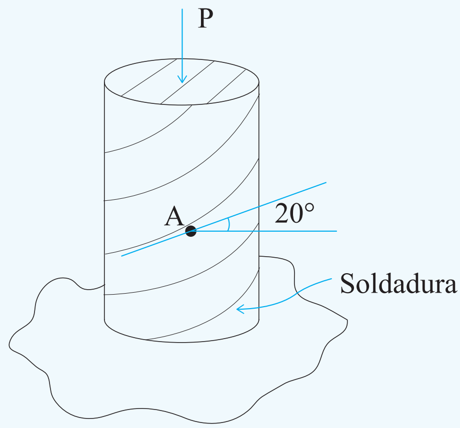
$$\sigma = \frac{P}{A} \rightarrow A = \frac{P}{\sigma}\ ;\ A_{AE} = \frac{6000 \text{ lb}}{15000 \text{ lb}/\text{pulg}^2} = 0.4 \text{ pulg}^2 \quad \boxed{\text{Rpta.}}$$

$$A_{DE} = \frac{9600 \text{ lb}}{15000 \text{ lb}/\text{pulg}^2} = 0.64 \text{ pulg}^2 \quad \boxed{\text{Rpta.}}$$

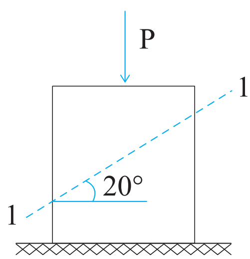
Problema 2

Un tubo de acero de 300 mm de diámetro exterior y de espesor de pared de 8 mm, es sometido a una carga axial P = 250 kN.

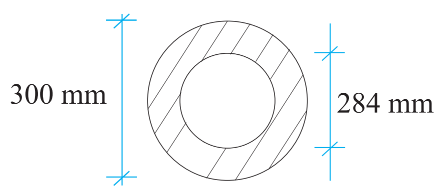
Hallar el esfuerzo normal y tangencial a la soldadura en el punto A.



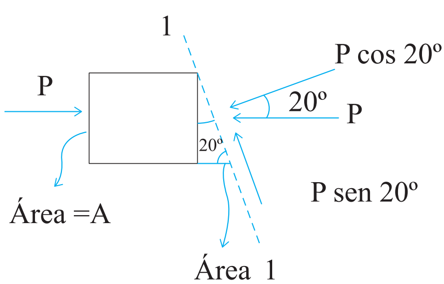
Solución:



Sección transversal



Corte 1-1:



$$A = \frac{\pi}{4}\left[(300)^2 - (284)^2\right] = 7\ 339\ \text{mm}^2$$

$$\text{Área} = \frac{A}{\cos 20^\circ}$$

$$= \frac{A}{\cos 20^0}$$

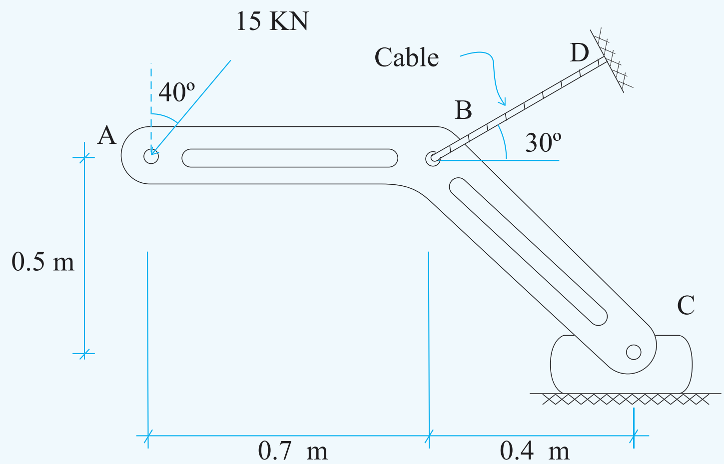
$$\sigma = \frac{P\cos 20^0}{A/\cos 20^0} = \frac{P}{A}\cos^2 20^0 = 30{,}1\ \text{MPa (Compresión)}\ \boxed{\text{Rpta.}}$$

$$\sigma = \frac{P\text{sen}20^0}{A/\cos 20^0} = \frac{P}{A}\text{sen}20^0\cos 20^0 = 10{,}95\ \text{MPa}\ \boxed{\text{Rpta.}}$$

Problema 3

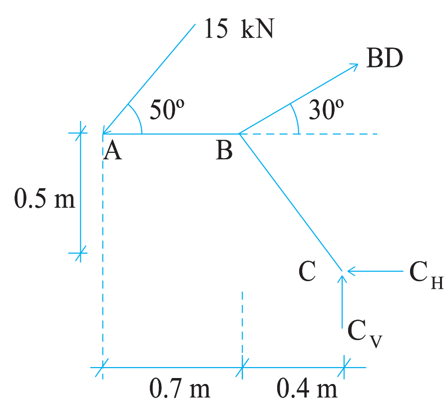
La resistencia a la rotura del cable BD es 100 kN.

- Hallar F.S. con respecto a la falla del cable para la carga dada.
- Si el esfuerzo admisible en el cable es 55 kN/ cm^2, hallar el área del cable.



Solución :

D.C.L.



$$\sum M_C = 0$$

$$+\,15\cos 50^\circ\,(0.5) \;+\; 15\,\text{sen}\,50^\circ\,(1.1) =$$

$$BD\cos 30^\circ\,(0.5) + BD\,\text{sen}30^\circ\,(0.4)$$

$$0.633\,BD = 17.46$$

$$BD = 27.58\text{ kN}$$

$$F.S._{\;BD} = \frac{F_{BD}\ \text{Rotura}}{F_{BD}\ \text{Actuante}} = \frac{100}{27.58}$$

$$F.S._{\;BD} = 3.63$$

$$F.S._{\;BD} = 3.63\ \boxed{\text{Rpta.}}$$

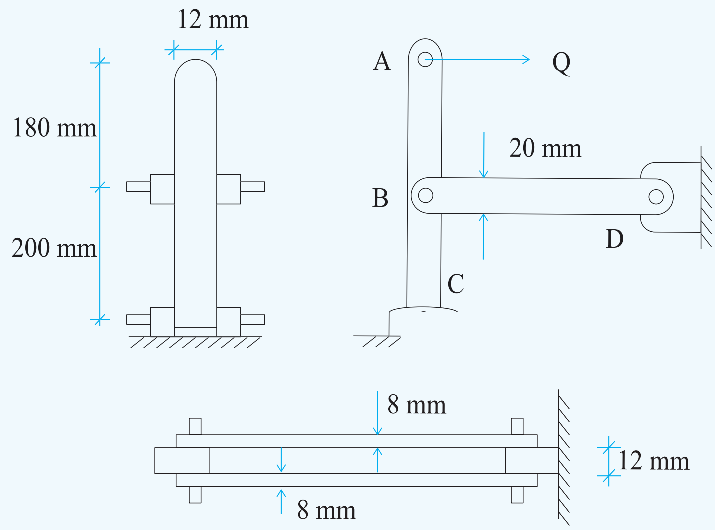
$$\sigma = \frac{F_{BD}}{A} = 55\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = \frac{27.58\text{ kN}}{A}$$

$$A = \frac{27.58\text{cm}^2}{55} = 0.5\text{ cm}^2\ \boxed{\text{Rpta.}}$$

Problema 4

Se emplea un pasador en C de 10 mm y en B y D de 12 mm de diámetro. El esfuerzo cortante final es de 100 MPa en todas las conexiones, y el esfuerzo normal final de las barras articuladas BD es de 250 MPa.

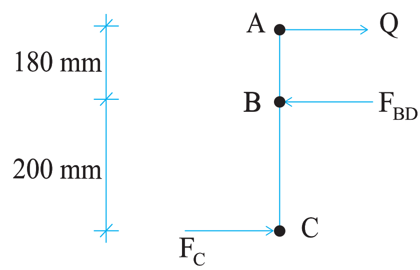
Hallar la carga Q para la cual el factor de seguridad es 3.0



Solución:

Conexiones : En B y D corte doble
En C corte doble

Diagrama de cuerpo libre:



$$\sum M_C = 0, Q(380) = F_{BD}\ (200)$$

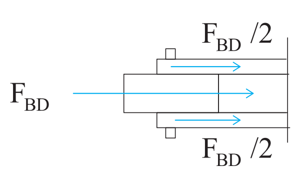
$$F_{BD} = 1.9\ Q$$

$$\sum F_H = 0, F_C = 0.9\ Q$$

$$\tau_B = \tau_D = \frac{100\ \text{MPa}}{3.0} = \frac{1.9\ Q/2}{\pi \frac{(12)^2}{4}\text{mm}^2} \times \frac{10^6\ \text{mm}^2}{1\ \text{m}^2} \times \frac{1\ \text{MPa}}{10^6\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} \rightarrow Q = 3968\ \text{N}$$

$$\tau_C = \frac{100\ \text{MPa}}{3.0} = \frac{0.9\ Q/2}{\frac{\pi}{4}(10)^2\,\text{mm}^2} \times \frac{10^6\ \text{mm}^2}{1\text{m}^2} \times \frac{1\ \text{MPa}}{10^6\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} \rightarrow Q = 5817\ \text{N}$$

$$\sigma_{BD} = \frac{250\ \text{MPa}}{3.0} = \frac{1.9\,Q/2}{8 \times 20\text{mm}^2} \times \frac{10^6\ \text{mm}^2}{1\text{m}^2} \times \frac{1\ \text{MPa}}{10^6\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}$$



$$Q = 14035\text{N}$$

$$\therefore Q = 3968\ \boxed{\text{Rpta.}}$$

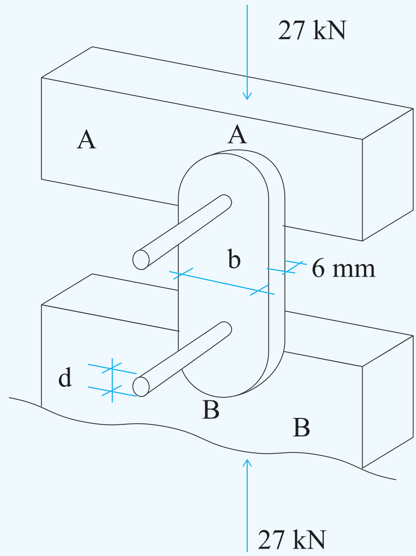
Problema 5

Si la fuerza en la barra AB es 27 kN, hallar:

A) “d” del pasador si τ = 100 MPa

B) “b” si σ_{normal} = 120 MPa

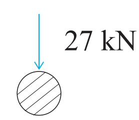
C) Esfuerzo de apoyo en la barra AB



Solución:

$\tau = {}^{P}\!/_{A}$

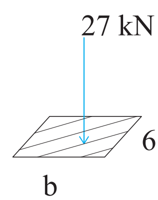
$$\text{A) } 100\text{ MPa}\ \frac{10^6\text{ N/m}^2}{1\text{ MPa}} \times \frac{1\text{m}^2}{10^6\text{ mm}^2} = \frac{27\text{ KN}}{\frac{\pi d^2}{4}} \times \frac{10^3\text{ N}}{1\text{ KN}}$$



A= $\pi\, d^2/4$

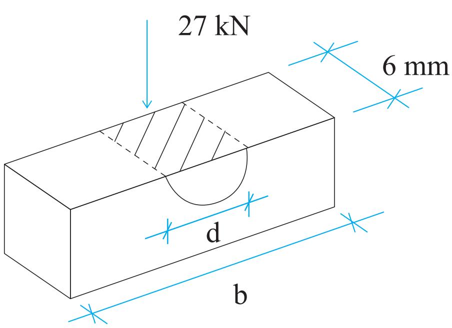
$$d^2 = \frac{270}{\pi/4} \rightarrow d = 18.54\text{ mm}$$

$$\text{B) } \sigma = {}^{P}\!/_{A}\ ;\ \frac{120\text{ Mpa}}{1\text{ MPa}} \times \frac{10^6\text{ N}/\text{m}^2}{} \times \frac{1\text{m}^2}{10^6\text{ mm}^2} = \frac{27\text{ KN}}{b \times 6} \times \frac{10^3\text{ N}}{1\text{KN}}$$



$b = 37.5$ mm Rpta.

C)



$$\sigma\text{ apoyo} = \frac{27\text{ KN}}{d \times 6} = \frac{27\text{ Kn}}{18.54 \times 6\text{ mm}^2}$$

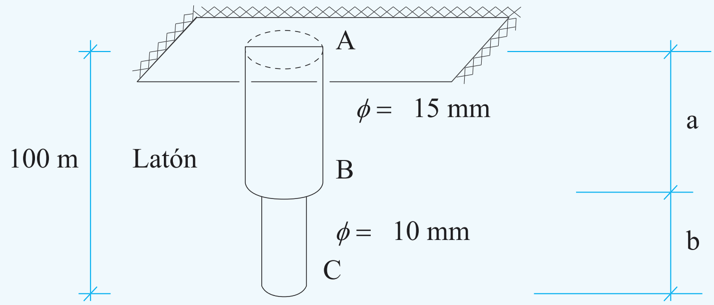
$\sigma\text{ apoyo}_{AB} = 243$ MPa Rpta.

Problema 6

Hallar la longitud AB, para la cual el esfuerzo normal máximo es mínimo.

Luego, hallar el valor del esfuerzo normal máximo.

γ latón: 8500 kg/ m³



Solución:

$a + b = 100\text{ m} \;---\; (\alpha)$

Corte 1:

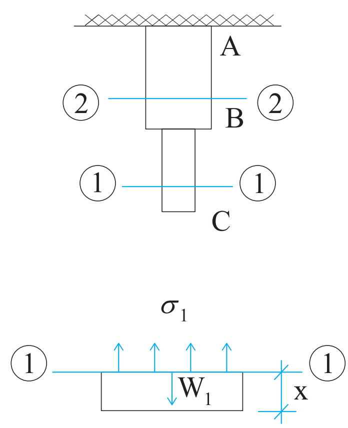
$\sum F_V = 0$

$\sigma_1 A_1 = W_1 = \gamma X A_1$

$\sigma_1 = \gamma X$

σ_1 es máximo para $X = b$

$\sigma_1 = \gamma b --- (1)$



Corte 2:

$\sum F_v = 0$

$\sigma_2 A_2 = W_1 + W_2$

$\sigma_2 A_2 = \gamma A_1 b + \gamma Z A_2$

$\sigma_2 = \dfrac{\gamma\, A_1\, b}{A_2} + \gamma\, Z \;\rightarrow Z = 0 \rightarrow \sigma_B = \dfrac{\gamma\, A_1\, b}{A_2}$

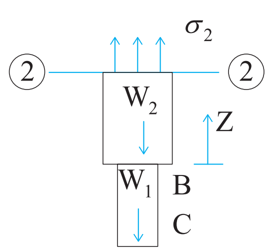
σ_2 es máximo para $Z = a$

$\sigma_2 = \dfrac{\gamma\, A_1\, b}{A_2} + \gamma a$

$\sigma_2 = 0.444\ \gamma b + \gamma a \;---(2)$

Para que el esfuerzo máximo sea el mínimo

$\sigma_2 = \sigma_1 \quad , \qquad (1) = (2)$



$a = 0.556\ b\ \ --- \ (\beta)$

De (α) y (β) : $a = 35.74$ m

$b = 64.26$ m en (1):

σ máx = 5.35 MPa

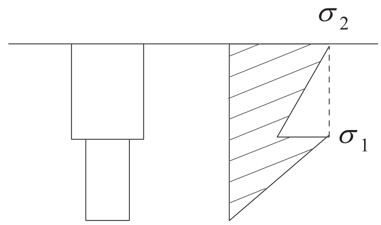
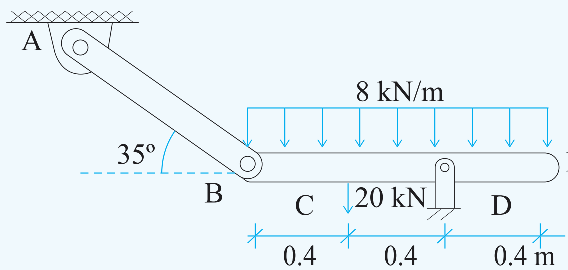


Diagrama de esfuerzos normales

Problema 7

El esfuerzo normal último que soporta la barra AB es 450 MPa, si se utiliza un factor de seguridad de 3.5. Determinar el área que debe darse a la barra AB.



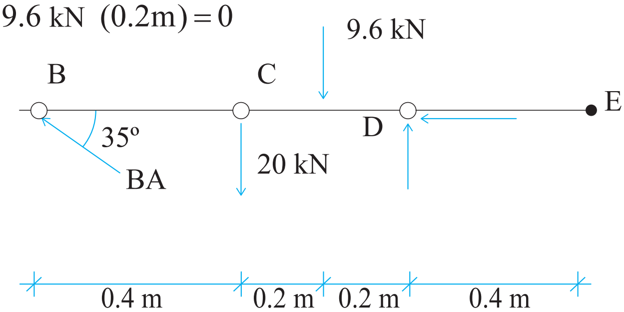
Solución:

Diagrama de cuerpo libre (D.C.L) de la barra BE.

$$\sum M_D = 0$$

$$F_{BA}\ \text{sen}35^{\circ}\ (0.8)\ - 20\ \text{kN}\ (0.4\text{m}) - 9.6\ \text{kN}\ \ (0.2\text{m}) = 0$$

$$F_{BA}\ \frac{12.4\ \text{kN}}{\text{sen}\ 35^{\circ}}\ \ ---\ (1)$$



$$\sigma_{adm.} = \frac{450\ \text{MPa}}{3.5} = \frac{F_{BA}}{A_{BA}} = \frac{12.4\ \text{kN}}{A_{BA}\text{sen}35^{\circ}}$$

$$A_{BA} = \frac{12.4\ \text{kN}\,(3.5)}{450\ \text{MPa}\ (\text{sen}\ 35^{\circ})} \times \underbrace{10}_{\uparrow\ \text{Factor de conversión}}$$

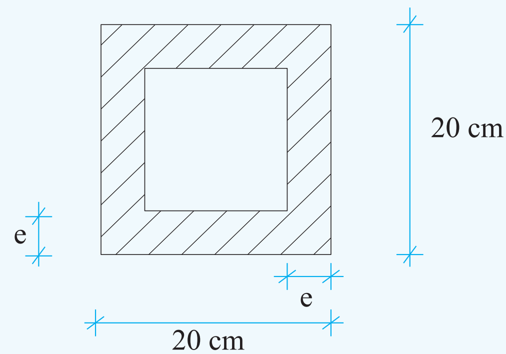
$A_{BA} = 1.68\ \text{cm}^2$ Rpta.

Factor de conversión: $\dfrac{1\ \text{kN}}{1\,\text{Mpa}} \times \dfrac{1\,\text{Mpa}}{10^3\ \text{kN}/\text{m}^2} \times \dfrac{104\ \text{cm}^2}{1\ \text{m}^2} = 10\ \text{cm}^2$

Problema 8

Una columna corta debe soportar una carga de 80 000 kg. El esfuerzo de rotura es de 2 500 kg/cm^2. Usar un factor de seguridad de 5 y encontrar el espesor de 'e' que debe darse a la columna.

Sección transversal de la columna:



Solución:

$$P = 80\ 000 --- (1)$$

$$\sigma_r = 2\ 500 \,{}^{kg}\!/\!_{cm^2}$$

$$F.S. = 5$$

$$e = ?$$

$$\sigma = \frac{\sigma_r}{F.S.} = \frac{2\ 500}{5} = 500 \text{ kg / cm}^2 --- (2)$$

$$\sigma = \frac{P}{A} \qquad A = \frac{P}{\sigma} \qquad --- (3)$$

$$A = (20)^2 - (20 - 2e)^2 = 400 - (400 + 4e^2 - 80e)$$

$$A = 80e - 4e^2 --- (4)$$

(1), (2) y (4) en (3):

$$80e - 4e^2 = \frac{80\ 000}{500} = 160$$

$$20e - e^2 = 40$$

$$e^2 - 20e + 40 = 0$$

$$e = 20 \pm \frac{\sqrt{(20)^2 - 4(40)}}{2} = \frac{20 \pm 15.49}{2}$$

$e = 17.74$ cm Se descarta por ser absurdo

$e = 2.255$ cm Rpta.

Problema 9

Hallar el máximo valor de P (admisible)

$$\sigma = 1600\ {}^{kg}\!/\!_{cm^2}$$

$$\sigma_{ap} = 3\ 200\ {}^{kg}\!/\!_{cm^2}$$

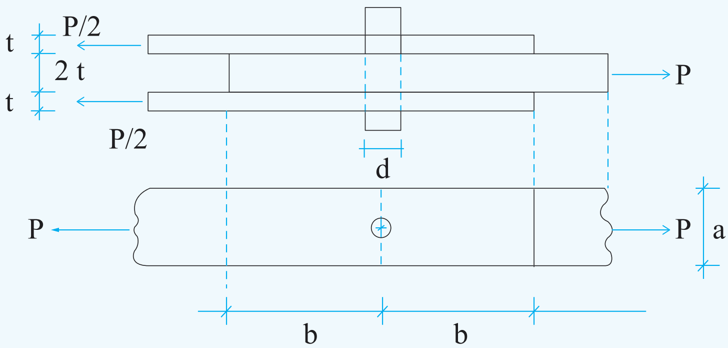
$$\tau = 1\ 200\ {}^{kg}\!/\!_{cm^2}$$

$a = 4.6$ cm

$b = 2.5$ cm

$d = 1.6$ cm

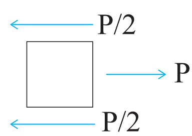
$t = 0.5$ cm



Solución:

Corte en el perno:

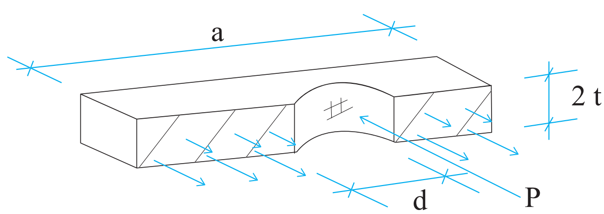
$$\tau = 1\ 200 = \frac{P}{2\pi \dfrac{d^2}{4}}$$



$P = 4\ 825$ kg

Aplastamiento :

$$\sigma = 3\ 200 = \frac{P}{2td}$$



$P = 5\ 120$ kg

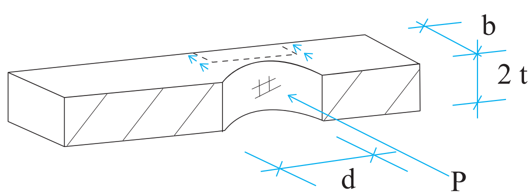
Esfuerzo normal:

$$\sigma = 1\ 600 = \frac{P}{2ta - 2td}$$

$P = 4\ 800$ kg

Corte:

$$\tau = \frac{P}{2\ (b - \dfrac{d}{2})\ 2t} = 1200$$

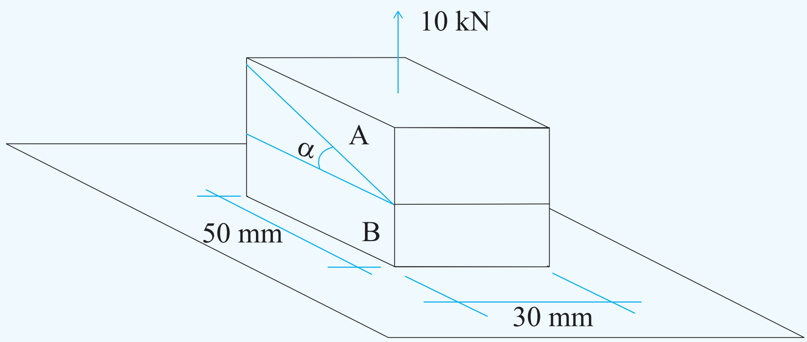


$P = 4\ 080$ kg

$P = 4\ 080$ kg $\boxed{\text{Rpta.}}$

Problema 10

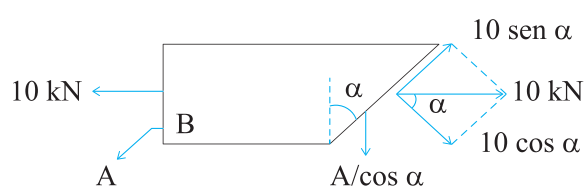
Las 2 porciones del elemento **AB** están pegadas a lo largo de un plano que forma un ángulo a con la horizontal. Si los esfuerzos finales en la junta son σ_u= 17 MPa y τ_u= 9 MPa, hallar el intervalo de valores de α entre los cuales el factor de seguridad es por lo menos igual a 3.0



Solución:

$$A = 50(30)\,mm^2 \times \frac{1m^2}{10^6\,mm^2} = 1.5\times10^{-3}\,m^2$$

$$\sigma_v = 17\times10^6\,\frac{N}{m^2}\;;\;\tau_V = 9\times10^6\,\frac{N}{m^2}$$



$$\sigma_a = \frac{\sigma_u}{3} = 5.667\times10^6\ N/m^2 = \frac{10^4\cos^2\alpha}{1.5\times10^{-3}\,m^2} \;---(1)$$

$$\tau_a = \frac{\tau_u}{3} = 3\times10^6\ N/m^2 = \frac{10^4\,\text{sen}\,\alpha\,\cos\alpha}{1.5\times10^{-3}\,m^2} \;---(2)$$

De (1): $\cos^2\alpha \;\le\; 0.8500 \rightarrow \alpha = 22.78^o$ o más

De (2): $\text{sen}\,\alpha\ \cos\alpha = 0.45$

$$\text{sen}\,\alpha\sqrt{1-\text{sen}^2\,\alpha} = 0.45$$

Elevando al cuadrado: $\text{sen}^2\alpha(1-\text{sen}^2\alpha) = 0.2025$

Se resuelve como ecuación de segundo grado y se obtiene:

$$\text{sen}^2\alpha = 0.7179 \rightarrow \text{sen } \alpha = 0.8472$$

$$\alpha = 57.9^{\circ}$$

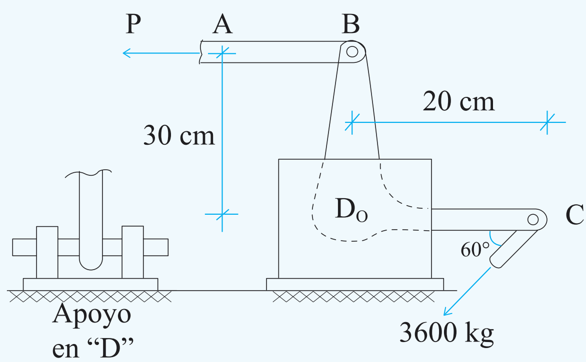
$$\text{sen}^2\alpha = 0.2821 \rightarrow \text{sen } \alpha = 0.5311$$

$$\alpha = 32.07^{\circ}$$

$$\therefore\ 32.07^{\circ} \geq \alpha \geq 22.78^{\circ}$$

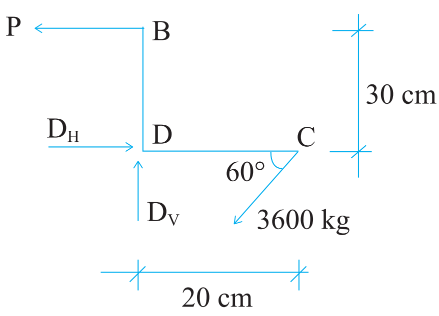
Problema 11

La palanca acodada mostrada en la figura está en equilibrio. Si el diámetro del pasador en "D" es de 2.5 cm, determinar el diámetro de la barra AB, si el esfuerzo normal en AB es los 4/3 del esfuerzo de corte en "D".



Solución:

D.C.L.



$$\sum M_D = 0$$

$$P(30) = (3600 \text{ sen } 60^{\circ})20$$

$$P = 2078.46 \text{ kg}$$

$$\sum F_V = 0$$

$$D_V = 3600 \text{ sen } 60^{\circ} = 3118 \text{ kg}$$

$$\sum F_H = 0 \rightarrow D_H = 3600 \cos 60^{\circ} = 3878.46 \text{ kg}$$

Fuerza total en 'D': $D = \sqrt{Dv^2 + D_H^{\ 2}} = 4976.4$ kg

En el apoyo 'D' se presenta corte doble:

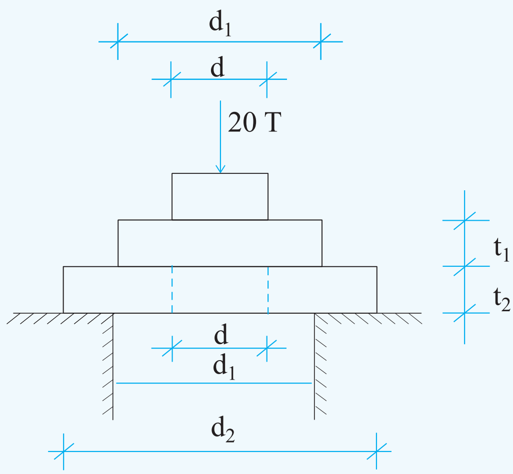
$$\tau_D = \frac{4976.4/2}{\frac{\pi}{4}(2.5)^2} = 506.89 \text{ kg/cm}^2$$

Por condición del problema: $\sigma_{AB} = \frac{4}{3}\tau_D = 675.85 \ {}^{kg}\!/_{cm^2}$

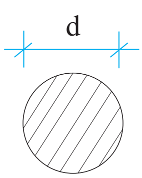
$$\sigma_{AB} = \frac{P}{\pi d^2/4} \rightarrow d = \sqrt{\frac{4P}{\pi\sigma_{AB}}} = 1.98 \text{ cm} \quad \boxed{\text{Rpta.}}$$

Problema 12

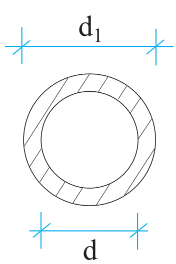
Se tiene 3 bloques circulares que resisten un esfuerzo de aplastamiento de σ = 1600 kg/cm^2 (igual que el apoyo inferior), y un esfuerzo de corte de τ = 800 kg/cm^2. Hallar las dimensiones mínimas: d, d_1, d_2, t_1, t_2 cuando se somete a los bloques a una carga axial de 20 T.



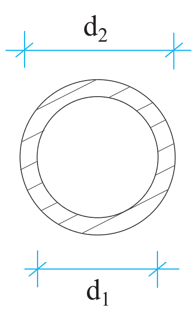
Solución:



$$1.6 \ {}^{T}\!/_{cm^2} = \frac{20T}{\pi d^2/4} \rightarrow d = 4 \text{ cm} \quad \boxed{\text{Rpta.}}$$

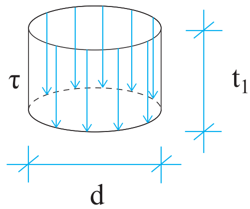


$$1.6 \ {}^{T}\!/_{cm^2} = \frac{20T}{\frac{\pi}{4}\left[d_1^2 - (4)^2\right]} \rightarrow d_1 = 5.6 \text{ cm} \quad \boxed{\text{Rpta.}}$$



$$1.6 \ {}^{T}\!/_{cm^2} = \frac{20T}{\frac{\pi}{4}\left[d_2 - (5.6)^2\right]} \rightarrow d_2 = 6.9 \text{ cm} \quad \boxed{\text{Rpta.}}$$

Esfuerzos de corte:
En el bloque intermedio

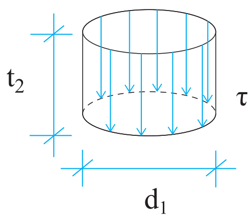


$$\text{Área} = \left(2\pi\frac{d}{2}\right)t_1$$

$$0.8\,{}^{T}\!/_{cm^2} = \frac{20\ T}{2\pi\frac{d}{2}t_1}$$

$t_1 = 2$ cm Rpta.

En el bloque inferior



$$\text{Área} = \left(2\pi\frac{d_1}{2}\right)t_2$$

$$0.8\,T/cm^2 = \frac{20\ T}{2\pi\frac{d_1}{2}t_2} \rightarrow t_2 = 1.4 \text{ cm}$$ Rpta.

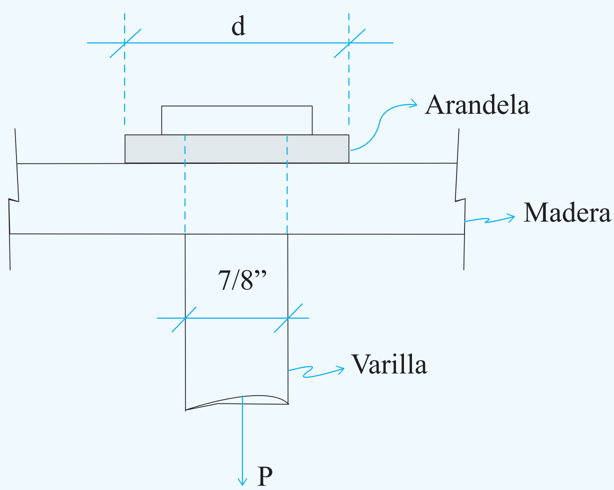
Problema 13

La arandela tiene un diámetro interior de 1”. Calcular su diámetro exterior “d” si el esfuerzo de apoyo promedio entre la arandela y la madera no debe exceder de

$$750\ {}^{lb}\!/_{pulg^2}$$

La varilla está sometida a un esfuerzo normal de:

$$5\ 000\ {}^{lb}\!/_{pulg^2}$$



Solución:

$$\text{Varilla } \sigma = {}^{P}\!/_{A} \rightarrow P = \sigma A = 5\times10^3 \times \frac{\pi}{4}\left({}^{7}\!/_{8}\right)^2$$

$$P = 3006.6 \text{ lb}$$

$$A_{\text{Arandela}} = \frac{\pi}{4}\left[d^2 - 1^2\right]$$

$$750 = \frac{3006.6}{\frac{\pi}{4}\left(d^2 - 1\right)}$$

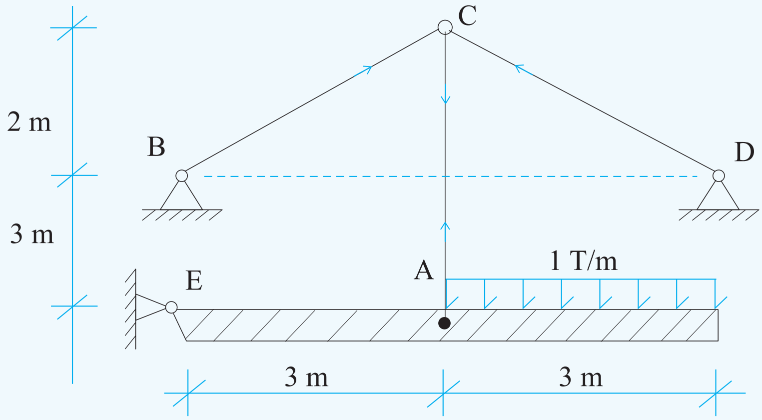
$$d^2 - 1 = 5.104$$

$d = 2.47$ pulg Rpta.

Problema 14

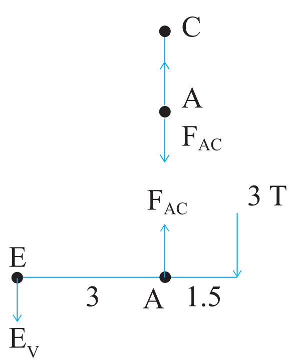
Calcular las áreas de las secciones transversales de los elementos elásticos del sistema mostrado.

$\sigma = 2000$ kg/cm^2
(Esfuerzo admisible)



Solución:

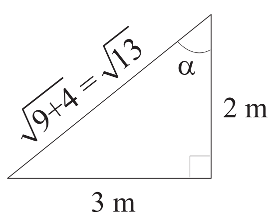
D.C.L.



$$\sum M_E = 0$$

$$3(4.5) = F_{AC}(3)$$

$$F_{AC} = 4.5 \text{ T}$$



$$F_{BC} = F_{CD} = F$$

$$\sum F_v = 0$$

$$2F\cos\alpha = 4.5$$

$$F = \frac{4.5}{2\cos\alpha} = \frac{4.5\sqrt{13}}{2\ (2)} = 4.056 \text{ T}$$

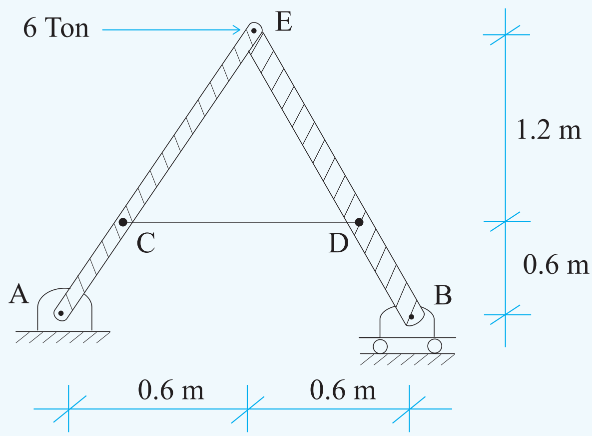
$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow A_{BC=CD} = F/\sigma = \frac{4.056\times10^3}{2\times10^3} = 2.028 \text{ cm}^2 \quad \boxed{\text{Rpta.}}$$

$$A_{AC} = \frac{4.5\times10^3}{2\times10^3} = 2.25 \text{ cm}^2 \quad \boxed{\text{Rpta.}}$$

Problema 15

Calcular la sección del cable CD (cm^2)

$$\sigma_{u=}\ 2\,500\ {}^{kg}\!/_{cm^2}\quad ;\ F.S.=2$$



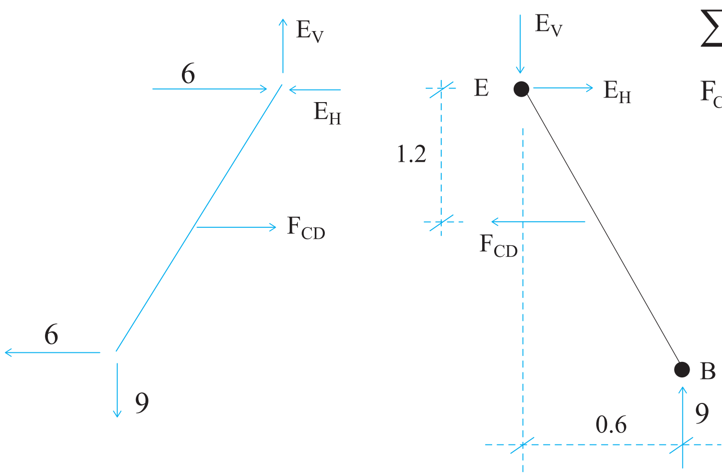
Solución:

$$\sum M_A = 0 \quad 6(1.8m) - B(1.2) \rightarrow \uparrow B = 9T$$

$$\sum F_v = 0 \uparrow B - \downarrow A_v = 0 \rightarrow \downarrow A_v = 9T$$

$$\sum F_H = 0 \leftarrow A_H = 6T$$

D.C.L.



BE

$$\sum M_E = 0 = F_{CD}(1.2) - 9(0.6m)$$

$$F_{CD} = 4.5^{ton}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_v}{F.S.} = \frac{2500}{2} = 1250\ \frac{kg}{cm2} = \frac{4\,500\ kg}{A_{CD}}$$

$A_{CD} = 3.6\ cm^2$ Rpta.

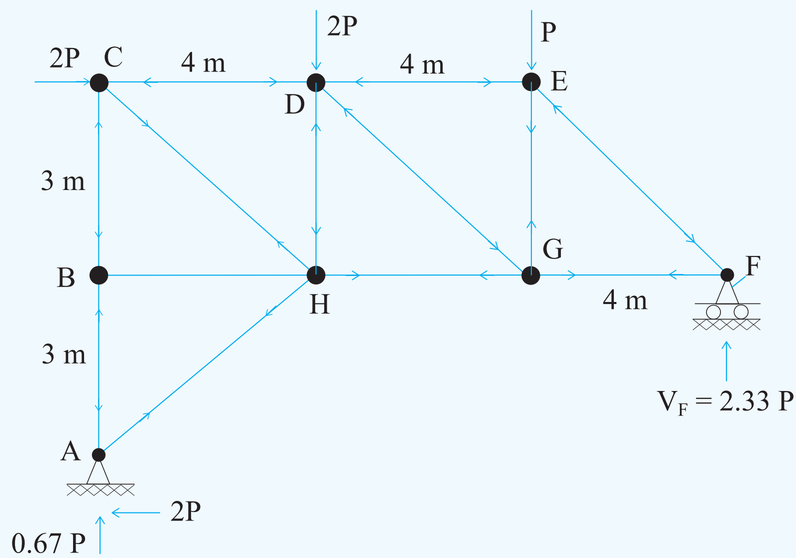
Problema 16

$\sigma_t \leq 200 \ \mathrm{kg}/\mathrm{cm}^2$

$\sigma_c \leq 100 \ \mathrm{kg}/\mathrm{cm}^2$

$A_{\text{var illas}} = 5\mathrm{cm}^2$

$P_{\text{máximo}} = ?$ (En kg)

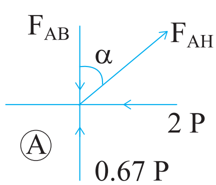


Solución:

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow \quad V_F(12) - P(8) - 2P(4) - 2P(6) = 0 \rightarrow 0 \rightarrow V_F = 2.33P$$

$\cos\alpha = \frac{3}{5}$

$\operatorname{sen}\alpha = \frac{4}{5}$

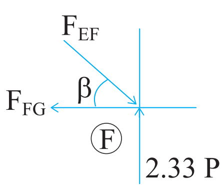


$$F_{AH}\left(\frac{4}{5}\right) = 2P \rightarrow F_{AH} = 2.5P \quad (T)$$

$$0.67P + 2.5P\left(\frac{3}{5}\right) = F_{AB} = 2.17P = F_{BC} \qquad (C)$$

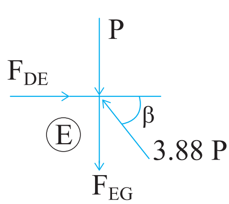
$\cos\beta = \frac{4}{5}$

$\operatorname{sen}\beta = \frac{3}{5}$



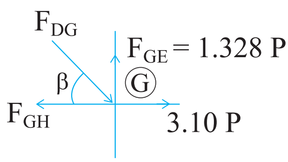
$$F_{EF}\,\frac{3}{5} = 2.33P \rightarrow F_{EF} = 3.88P \quad (C)$$

$$3.88\left(\frac{4}{5}\right) = F_{FG} = 3.10P \quad (T)$$



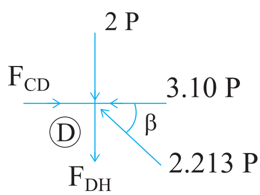
$$3.88P\left(\frac{4}{5}\right) = F_{DE} = 3.10P \quad (C)$$

$$3.88\left(\frac{3}{5}\right)P - P = F_{EG} = 1.328P \quad (T)$$



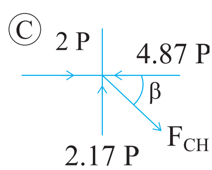
$$1.328P = F_{DG}\left(\frac{3}{5}\right) \rightarrow F_{DG} = 2.213P \quad (C)$$

$$3.1 + 2.213P\left(\frac{4}{5}\right) = F_{GH} = 4.87P \quad (T)$$



$$+\,2.213P\left(\frac{4}{5}\right) + 3.10P = F_{CD} = 4.87P \quad (C)$$

$$2P + F_{DH} = 2.213P\left(\frac{3}{5}\right) \rightarrow F_{DH} = -0.672P \quad (C)$$



$$F_{CH} = \left(\frac{3}{5}\right) = 2.17P \rightarrow F_{CH} = 3.616P \quad (T)$$

BARRA	FUERZA	TIPO
AH	2.s P	TENSIÓN
AB	2.17 P	COMPRESIÓN
BC	2.17 P	C
EF	3.88 P	C
FG	3.10 P	T
DE	3.10 P	C
EG	1.328 P	T
DG	2.213 P	C
GH	4.87 P	T
CD	4.87 P	C
DH	0.672 P	C
CH	3.616 P	T
BH	0	

$$\sigma_t = 200 = \frac{4.87P}{5}$$

$$P = 205.3 \text{ kg}$$

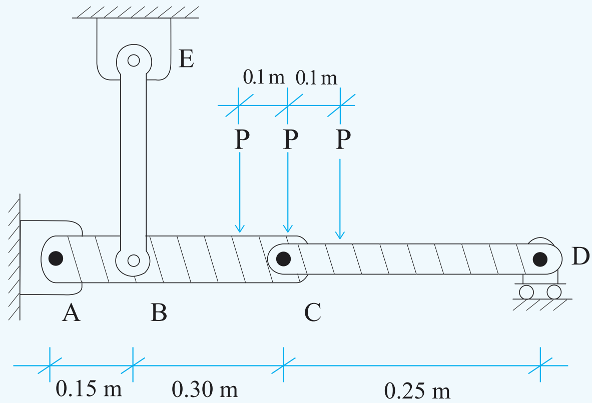
$$\sigma_C = 100 = \frac{4.87P}{5}$$

$$P = 102.6 \text{ kg}$$

$$\therefore P_{\text{máximo}} = 102.6 \text{ kg}$$ Rpta.

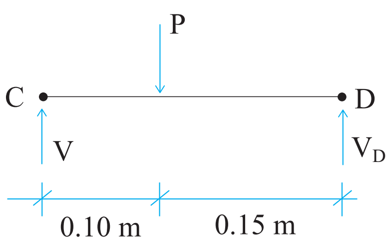
Problema 17

Se aplican 3 fuerzas al mecanismo de la figura, cada una de magnitud P = 4 kN. Determinar el área transversal de la parte uniforme de la barra BE, para la cual el esfuerzo normal es de +100 MPa.



Solución:

D.C.L.

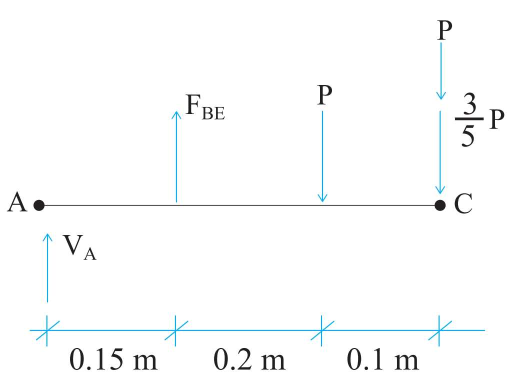


$$\sum M_D = 0$$

$$V(0.25) - P(0.15) = 0$$

$$\uparrow V = \frac{3}{5}P$$

D.C.L.



$$\sum M_A = 0$$

$$\frac{8}{5}P(0.45) + P(0.35) - F_{BE}(0.15) = 0$$

$$F_{BE} = 7.13P = 28.5 \text{ kN}$$

$$A_{BE} = \frac{F_{BE}}{\sigma_{BE}} = \frac{28.5 \text{ kN}}{100 \cancel{\text{MPa}}} \cdot \frac{10^6 \text{ mm}^2 / 1 \cancel{\text{m}^2}}{\dfrac{10^3 \text{ kN m}^2}{1 \cancel{\text{MPa}}}}$$

$$A_{BE} = 285 \text{ mm}^2 \ \boxed{\text{Rpta.}}$$

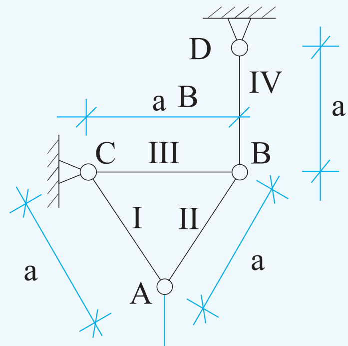
Problema 18

Hallar el área de cada varilla.

Esfuerzo admisible : $\sigma_t \leq 1\,000 \text{ kg/cm}^2$

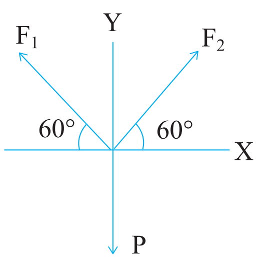
$\sigma_c \leq 500 \text{ kg/cm}^2$

Módulo de elasticidad E: $2 \times 10^5 \text{ kg / cm}^2$



Solución:

Nudo: A



$$\sum F_X = 0$$

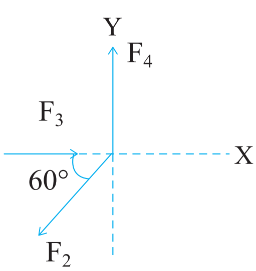
$$F_1 = F_2$$

$$\sum F_Y = 0$$

$$2F_1 \text{ sen } 60^\circ = P$$

$$F_1 = \frac{2\sqrt{3}}{2} = P \qquad F_2 = F_1 = P\frac{\sqrt{3}}{3} = 6\,000 \text{ kg}$$

Nudo: B



$$\sum F_x = 0$$

$$F_3 = F_2 \cos 60^\circ$$

$$F_3 = \frac{P\sqrt{3}}{6} = 3\,000 \text{ kg}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_4 = F_2 \text{ sen } 60^\circ$$

$$F_4 = \frac{\sqrt{3}}{2}\, P\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{P}{2} = 3\,000\sqrt{3}$$

$$A_1 = A_2 = \frac{P\sqrt{3}}{3\sigma} = \frac{6\,000}{1\,000} = 6 \text{ cm}^2 \quad \boxed{\text{Rpta.}}$$

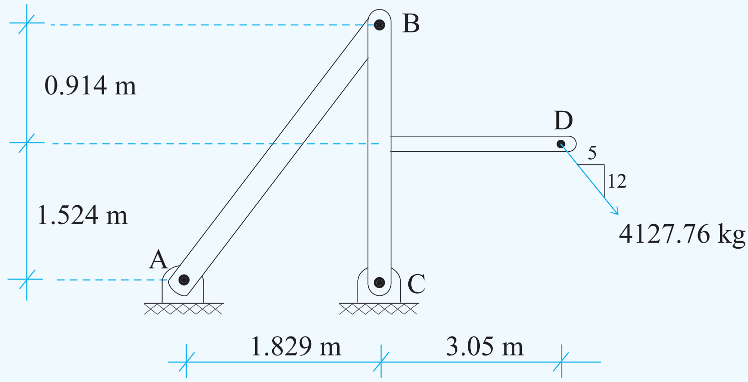
$$A_3 = \frac{P\sqrt{3}}{6\sigma} = \frac{3\,000}{500} = 6 \text{ cm}^2 \quad \boxed{\text{Rpta.}}$$

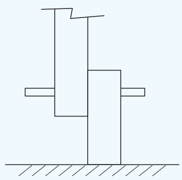
$$A_4 = \frac{P}{2\sigma} = \frac{5196}{1\,000} = 5.2 \text{ cm}^2 \quad \boxed{\text{Rpta.}}$$

Problema 19

El pasador en C es sometido a un $\tau = 703.1\ \text{kg/cm}^2$. Calcular su sección.

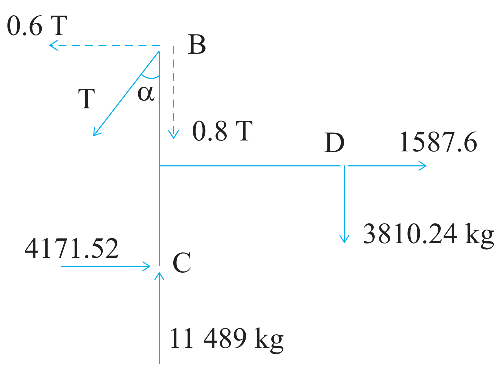
El tirante AB se encuentra sometido a un $\sigma = 1556.82\ \text{kg/cm}^2$. Calcular su sección.





Soporte: C

Solución:

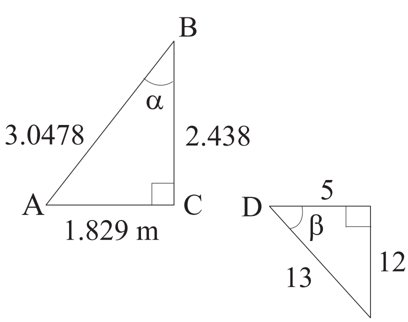


$$\sum M_C = 3\ 810.24(3.05) +$$

$$1\ 587.6\ (1.524) - 0.6T(2.438) = 0$$

$$T = 9\ 598.53\ \text{kg}$$

$$\sigma = \frac{P}{A} \rightarrow A_{BA} = \frac{P}{\sigma} = 6.17\ \text{cm}^2 \quad \boxed{\text{Rpta.}}$$



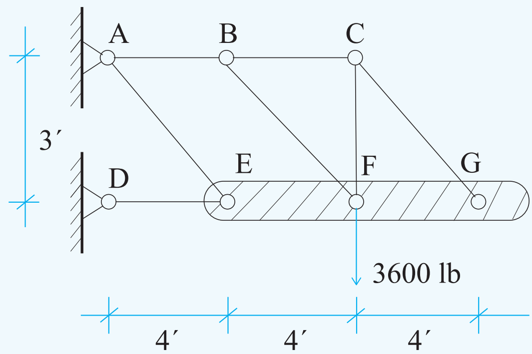
$$C = \sqrt{(4\ 171.52)^2 + (11\ 489)^2}$$

$$C = 12\ 222.87\ \text{kg}$$

$$\tau = \frac{P}{A} \rightarrow A_C = \frac{P}{\tau} = 17.38\ \text{cm}^2 \quad \boxed{\text{Rpta.}}$$

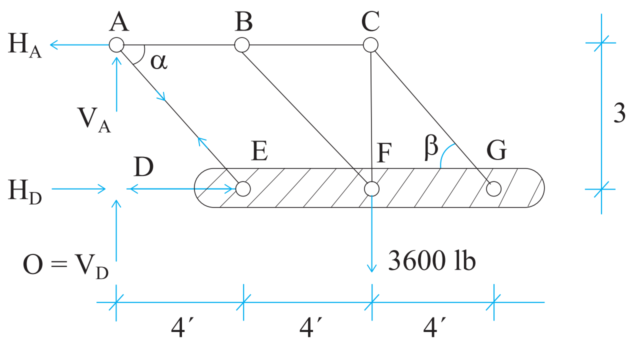
Problema 20

La barra rígida EFG está soportada por el sistema mostrado. Sabiendo que el elemento CG es una barra sólida circular de 0.75 pulgadas de diámetro; determinar el esfuerzo normal en CG.



Solución:

D.C.L.



$$\sum M_A = 0$$

$$H_D(3) - 3600(8) = 0$$

$$\rightarrow H_D = 9\,600 \text{ lb}$$

$$\sum F_H = 0$$

$$H_D - H_A = 0$$

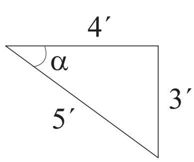
$$\leftarrow H_A = 9\,600 \text{ lb}$$

$$\sum F_V = 0$$

$$V_A - 3\,600 \text{ lb} = 0$$

$$\uparrow V_A = 3\,600 \text{ lb}$$

Nudo: (A)

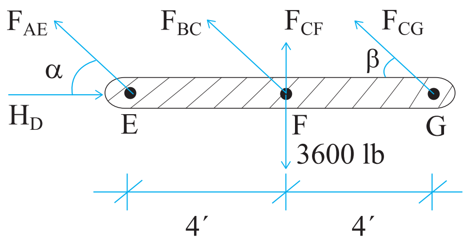


$$\sum F_v = 0$$

$$F_{AE} \ \text{sen}\alpha = 3\,600$$

$$F_{AE} = 6\,000 \text{ lb}$$

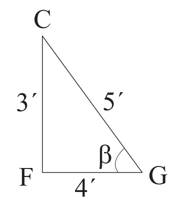
D.C.L. BARRA EG



$$\sum M_F = 0$$

$$4\left(F_{CG}\ \text{sen}\ \beta\right) - \left(F_{AE}\ \text{sen}\ \alpha\right)\ 4 = 0$$

$$F_{CG} = 6\ 000\ \text{lb}$$

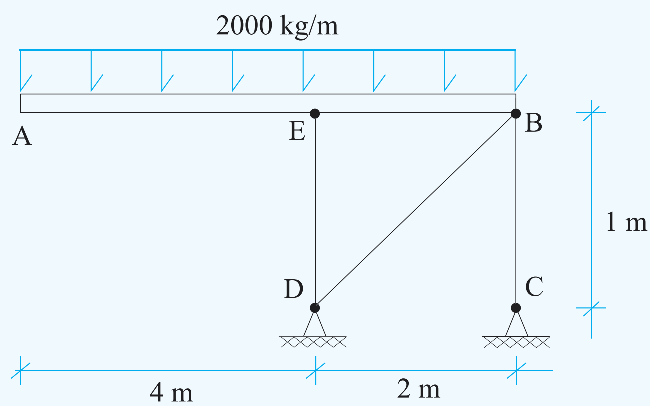


$$\sigma_{CG} = \frac{F_{CG}}{A_{CG}} = \frac{6\ 000\ \text{lb}}{\frac{\pi}{4}\left(0.75\ \text{pulg}\right)^2} = 13\ 581\ \text{lb}/\text{pulg}^2$$ Rpta.

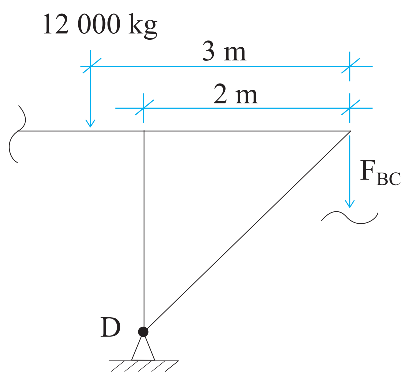
Problema 21

Calcular el área de la varilla BC

$\sigma = 1\ 000\ \text{kg/cm}^2$



Solución:



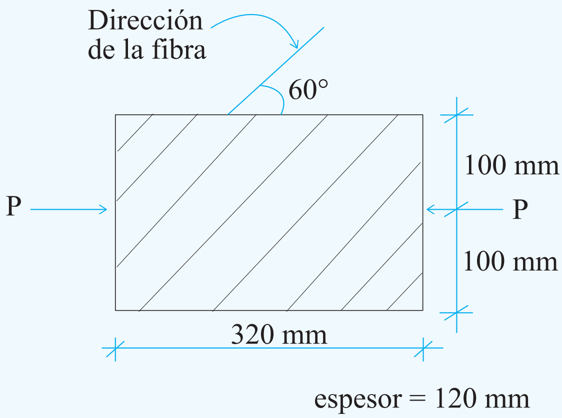
$$\sum M_D = 0$$

$$F_{BC}\left(2\right) = 1200\ (1)$$

$$F_{BC} = 6\ 000\ \text{kg}$$

$$A = \frac{F_{BC}}{\sigma} = 6\ \text{cm}^2$$ Rpta.

Problema 22



$P_{máximo} = ?$

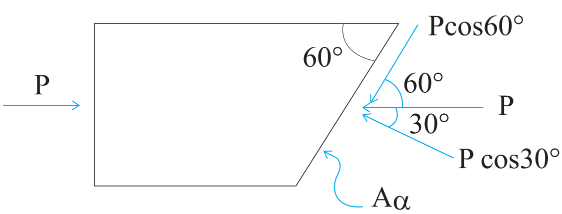
$\tau_{//\,fibra} \leq 5.25 \text{ MPa}$

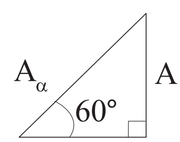
$\sigma_{\perp\,fibra} \leq 13.60 \text{ MPa}$

$\tau_{máximo} \leq 8.75 \text{ MPa}$

Solución:

$$\text{Área} = A = 200 \times 120 = 24 \times 10^3 \text{ mm}^2$$





$$A_\alpha \text{ sen } 60° = A$$

$$A_\alpha = 27\ 712.81 \text{ mm}^2$$

$$\tau_{//} = 5.25 \times 10^6 \frac{N}{m^2} = \frac{P\left(\frac{1}{2}\right)}{27\ 712.81 \text{ mm}^2} \times \frac{10^6 \text{ mm}^2}{1 \text{m}^2}$$

$$P = 290\ 984.5 N <> 290.98 \text{ kN}$$

$$\sigma_{\perp} = 13.60 = \frac{P\sqrt{3}}{2 \times 27\ 712.81} \rightarrow P = 43\ 5199.9 \text{ N} <> 435.19 \text{ kN}$$

$$\tau_{máximo} = 8.75 = \frac{P}{2 \times 2\ 4000} \rightarrow P = 420\ 000 \text{ N} <> 420 \text{ kN}$$

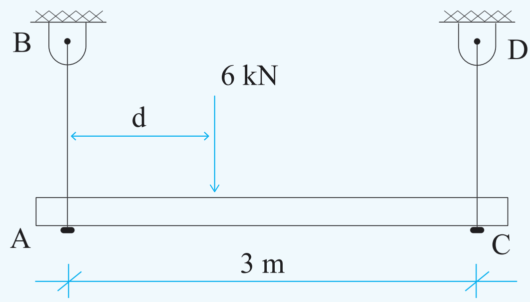
$\therefore\ P_{máximo} = 290.98 \text{ kN}$ Rpta.

Problema 23

$A_{AB} = 12 \text{ mm}^2$

$A_{CD} = 8 \text{ mm}^2$

Determinar la posición "d" de la carga de 6 kN, para que el esfuerzo normal promedio en ambas barras sea el mismo.

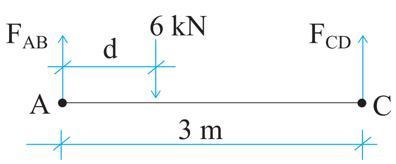


Solución:

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{12} = \frac{F_{CD}}{8} = \sigma_{CD}$$

$$F_{AB} = \frac{3}{2} F_{CD} \quad ---(1)$$

D.C.L.



$$\sum F_v = 0$$

$$F_{AB} + F_{CD} = 6 \quad ---(2)$$

(1) en (2):

$$\frac{3}{2} F_{CD} + F_{CD} = 6$$

$$F_{CD} = 2.4 \text{ kN}$$

$$\therefore F_{AB} = 3.6 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = 0 \rightarrow 3.6(3) - 6(3-d) = 0$$

$$10.8 - 18 + 6d = 0$$

$$d = 1.2 \text{ m} \quad \boxed{\text{Rpta.}}$$

Impreso en los talleres gráficos de

EDITORIAL MACRO®

Surquillo